

3. Binomialverteilung

1) Beispiel

Ein Glücksrad zeige die Zahl "1" mit Wahrscheinlichkeit p und "0" mit Wahrscheinlichkeit $q = 1 - p$. Die Zufallsgrösse X bezeichne die bei einer Drehung erhaltene Zahl. Berechne $E(X)$ und $V(X)$.

Die Verteilungstabelle sieht also so aus:

Wir notieren:

2) Binomialverteilung

Das Glücksrad aus Aufgabe 1 wird n Mal gedreht. Die Zufallsgrösse X gibt die Summe der erhaltenen Zahlen wieder.

.....

.....

.....

Eine Zufallsgrösse ist binomialverteilt, wenn man n identische, unabhängige Versuchsstufen hat und es für die einzelnen Versuchsstufen stets um "Treffer" oder "Nicht-Treffer" (beispielsweise "Sechser" oder "Nicht-Sechser" beim Würfeln) geht.

Beispiele für binomialverteilte Zufallsgrössen: Anzahl der erhaltenen "Zahl" beim Münzwurf, Anzahl "Sechser" beim Würfeln, Anzahl "Herz" beim Ziehen einer Karte mit Zurücklegen. Ein Ziehen ohne Zurücklegen liefert keine Binomialverteilung.

3) Musterbeispiel

Ein Würfel wird 135 Mal geworfen. X bezeichnet die Anzahl geworfener Sechser.

- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass $X = 20$?
- Wie gross ist $E(X)$ und $V(X)$?
- Und welche Anzahl Sechser ist am wahrscheinlichsten?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit wirft man höchstens 18 Sechser?
- Was meinst du zu einem Würfel, der in 135 Würfeln nur 15 Sechser zeigt?

4) Unbekannte Wahrscheinlichkeit

Ein Glücksrad zeigt "1" mit Wahrscheinlichkeit p . Die Wahrscheinlichkeit für genau drei Einsen in 12 Drehungen sei gleich gross wie die Wahrscheinlichkeit für genau fünf Einsen (ebenfalls in 12 Drehungen). Bestimme p .

5) Maximale Gewinn-Wahrscheinlichkeit

Ein Glücksrad zeigt "1" mit Wahrscheinlichkeit p . Das Rad wird n Mal gedreht. Wenn in diesen n Drehungen genau drei Einsen erscheinen, gewinnt man einen Preis. Für welchen Wert von p ist die Gewinn-Wahrscheinlichkeit am grössten?

6) Lernkontrolle

Welche Anzahl Sechser ist am wahrscheinlichsten, wenn man einen Würfel 35 Mal wirft?