

3. Binomialverteilung

1. Glücksrad

Ein Glücksrad zeige die Zahl **1** mit Wahrscheinlichkeit p und **0** mit Wahrscheinlichkeit $q = 1 - p$. Die Zufallsgröße X bezeichne die bei einer Drehung erhaltene Zahl. Berechne $E(X)$ und $V(X)$.



2. Mehrstufige Versuche

Das Glücksrad aus Aufgabe 1 wird n Mal gedreht. Die Zufallsgröße X gibt die Summe der erhaltenen Zahlen wieder.



Eine Zufallsgröße ist binomialverteilt, wenn man n *identische, unabhängige* Versuchsstufen hat und es für die einzelnen Versuchsstufen stets um **Treffer** oder **Nicht-Treffer** (beispielsweise **Sechser** oder **Nicht-Sechser** beim Würfeln) geht.

Beispiele für binomialverteilte Zufallsgrößen: Anzahl der erhaltenen **Zahl** beim Münzwurf, Anzahl **Sechser** beim Würfeln, Anzahl **Herz** beim Ziehen einer Karte mit Zurücklegen.

Ein Ziehen ohne Zurücklegen liefert keine Binomialverteilung.

3. Musterbeispiel

Ein Würfel wird 135 Mal geworfen. X bezeichnet die Anzahl geworfener Sechser.

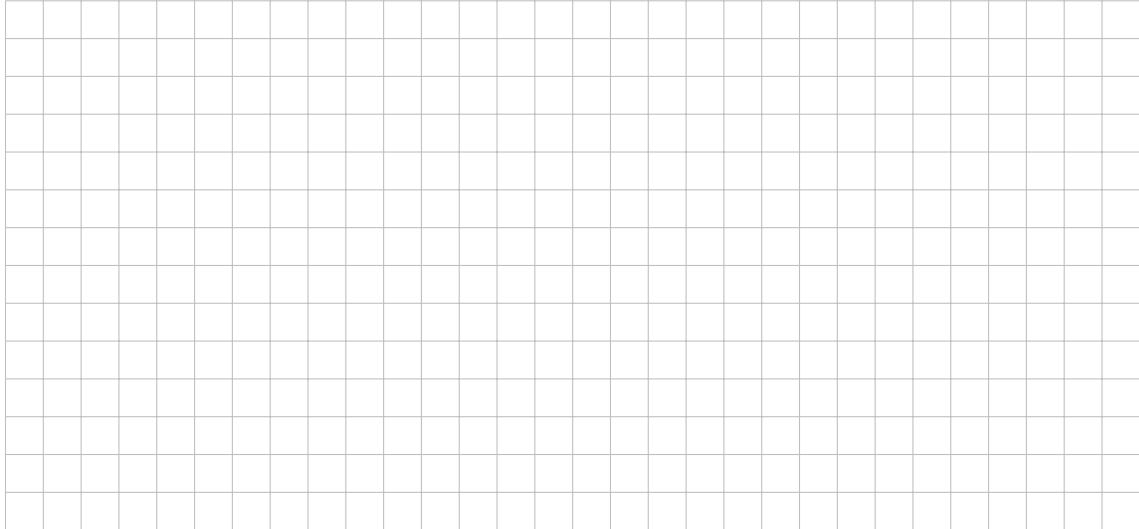
- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass $X = 20$?
- b) Wie gross ist $E(X)$ und $V(X)$?
- c) Welche Anzahl Sechser ist am wahrscheinlichsten?
- d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wirft man höchstens 18 Sechser?
- e) Was kann man über einen Würfel statistisch aussagen, wenn der Würfel in 135 Würfeln nur 15 Sechser zeigt?



4. Unbekannte Wahrscheinlichkeit

Ein Glücksrad zeigt **1** mit Wahrscheinlichkeit p . Die Wahrscheinlichkeit für genau drei Einsen in 12 Drehungen sei gleich gross wie die Wahrscheinlichkeit für genau fünf Einsen (ebenfalls in 12 Drehungen).

Bestimme p .

**5. Maximale Gewinn-Wahrscheinlichkeit**

Ein Glücksrad zeigt **1** mit Wahrscheinlichkeit p . Das Rad wird n Mal gedreht. Wenn in diesen n Drehungen *genau* drei Einsen erscheinen, gewinnt man einen Preis. Für welchen Wert von p ist die Gewinn-Wahrscheinlichkeit am grössten?

**Lernkontrolle**

Welche Anzahl Sechser ist am wahrscheinlichsten, wenn man einen Würfel 35 Mal wirft?