

2. Zufallsgrössen

Übungen

1) Glücksrad

Ein Glücksrad zeigt die Zahlen 0, 1, 2, 3 mit den Wahrscheinlichkeiten $p(0) = 0.4$ sowie $p(1) = 0.3$, $p(2) = 0.2$ und $p(3) = 0.1$. Die Zufallsgrösse X bezeichne die bei einer Drehung erhaltene Zahl. Bestimme $E(X)$, $V(X)$ und $\sigma(X)$.

2) Kugeln ziehen

Aus einem Behälter mit 5 weissen und 3 schwarzen Kugeln zieht man 3 Kugeln mit einem Griff. Wenn man ausschliesslich weisse Kugeln zieht, dann gewinnt man 10.–, andernfalls verliert man 5.–. Berechne den durchschnittlich zu erwartenden Gewinn.

3) Holzwürfel

Ein Holzwürfel wird aussen blau gefärbt. Anschliessend zersägt man ihn in $3 \times 3 \times 3 = 27$ kleinere Würfelchen. Von diesen wird eines blind gezogen und die Anzahl blauer Seitenflächen sei der Gewinn X . Berechne $E(X)$, $V(X)$ und $\sigma(X)$.

Zusatz: Löse die gleiche Aufgabe, wenn der Würfel in n^3 kleinere Würfelchen zersägt wird. Wie gross ist jetzt $E(X)$?

4) Ziehen ohne Zurücklegen

In einer Kiste befinden sich 7 weisse und 5 rote Kugeln. Man zieht drei Mal ohne Zurücklegen. X sei die Anzahl weisser gezogener Kugeln.

- Stelle die Verteilungstabelle auf.
- Bestimme $E(X)$, $V(X)$ und $\sigma(X)$.

5) Ein Spiel

Eine Kugel wird aus der ersten Kiste (links) zufällig gezogen und in die zweite Kiste gelegt. Dann wird eine Kugel aus der zweiten Kiste zufällig gezogen und in die dritte Kiste gelegt. Dann zieht man eine Kugel aus der dritten Kiste. Ist diese Kugel schwarz, gewinnt man 120.–, sonst gewinnt man nichts. Es sei X der Spielgewinn. Berechne $E(X)$.



6) Jasskarten

Ein normales Kartenspiel enthält 36 Karten, davon 4 Asse und 9 Herzkarten.

Man zieht eine Karte. Wenn man ein As zieht, gewinnt man 9.–; zieht man eine Herzkarte, dann gewinnt man 3.– (also gewinnt man beim Ziehen des Herz-As 12.–). Welchen Einsatz wird der Veranstalter verlangen, damit dieses Spiel fair ist?

7) Fairer Gaukler

Ein fairer Gaukler bietet folgendes Spiel an: Man wirft einen Würfel. Wirft man eine 6, dann gewinnt man sofort 15 Dinar und das Spiel ist zu Ende. Andernfalls würfelt man nochmals. Wirft man dann eine 6, so gewinnt man 22 Dinar, andernfalls verliert man x Dinar. Wie gross ist x ?

8) Faires Spiel

In einem Behälter hat man 5 Kugeln, die mit der Zahl 1, und drei Kugeln, die mit x markiert sind. Man zieht zwei Kugeln ohne Zurücklegen und das Produkt der beiden Zahlen ist der Gewinn. Wie gross muss x sein, damit das Spiel fair ist?

9) Ein Vergleich

In einem Behälter hat man 3 weisse und 5 blaue Kugeln.

Man zieht drei Kugeln und gewinnt pro gezogene blaue Kugel 1 Dinar.

Mr. X zieht mit Zurücklegen, Mr. Y zieht ohne Zurücklegen.

Wer erzielt längerfristig gesehen den grösseren durchschnittlichen Gewinn?

10) Faires Spiel

Ein Glücksrad zeigt ☺ mit Wahrscheinlichkeit p . Wenn man in vier Drehungen genau ein ☺ erhalten hat, dann gewinnt man 5 Dinar, andernfalls verliert man einen Dinar.

Für welchen Wert von p ist dieses Spiel fair?

11) Glücksrad

Ein Glücksrad zeigt die Zahlen 0, 1, 2, 3 mit den Wahrscheinlichkeiten $p(0) = 0.4$ sowie $p(1) = 0.3$, $p(2) = 0.2$ und $p(3) = 0.1$. Die Zufallsgrösse X bezeichne die Summe der bei acht Drehungen erhaltenen Zahlen. Bestimme $E(X)$, $V(X)$ und $\sigma(X)$.

12) Zeugnisnoten würfeln

Ein unbekannter Lehrer gibt seine Noten wie folgt: er wirft zwei Würfel und gibt die höchste vorkommende Zahl als Note.

Welcher Notendurchschnitt ist von diesem Lehrer zu erwarten?

Zusatz: Die gleiche Aufgabe mit 3 oder (allgemein) n Würfeln ist eine Knacknuss.