

2. Zufallsgrößen

2.1. Erwartungswert und Varianz einer Zufallsgröße

1. Glücksrad

$$E(X) = 1, V(X) = 1, \sigma(X) = 1.$$

2.2. Angewandte Beispiele aller Art

1. Kugeln ziehen

$$E(X) = -2.321, \text{ d.h im Mittel verliert man mehr als 2.-}$$

Hinweis: Die Wahrscheinlichkeit für drei weisse Kugeln beträgt $\frac{5}{28}$.

2. Holzwürfel

$$E(X) = 2, V(X) = \frac{2}{3}, \sigma(X) = 0.816.$$

Es sind 8 Würfelchen (in den Ecken) mit drei blauen Seitenflächen, 12 Würfelchen mit zwei, 6 mit einer und 1 Würfelchen ohne blaue Fläche.

3. Ziehen ohne Zurücklegen

$X =$	0	1	2	3
a) $p =$	$\frac{\binom{7}{0} \cdot \binom{5}{3}}{\binom{12}{3}}$	$\frac{\binom{7}{1} \cdot \binom{5}{2}}{\binom{12}{3}}$	$\frac{\binom{7}{2} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{12}{3}}$	$\frac{\binom{7}{3} \cdot \binom{5}{0}}{\binom{12}{3}}$

b) $E(X) = 1.75, V(X) = 0.5966$ und $\sigma(X) = 0.7724$.

4. Mr X spielt gegen Mr Y (Aus einer Prüfung)

$E(X) = 0.72, E(Y) = 0.7121$, also erzielt Mr X den grösseren zu erwartenden Gewinn.

5. Ein Spiel

$$E(X) = 10.-$$

6. Jasskarten

$$3.472$$

7. Ein Spiel (Aus einer Prüfung)

$$\frac{1}{30} \text{ £}$$

8. Kugeln ziehen (Aus einer Prüfung)

Spieler A.

Hinweise: Für $x \in \{4, 5, -1\}$ sind die Wahrscheinlichkeiten für A: $\left\{ \frac{35}{646}, \frac{385}{969}, \frac{1063}{1938} \right\}$ und für B: $\left\{ \frac{28}{1615}, \frac{308}{969}, \frac{3221}{4845} \right\}$.Somit ist $E(A) = 1.655 > E(B) = 0.994$ **9. Gewinnberechnung (Aus einer Prüfung)** $E(G) = 8.7$, $V(G)0.91$ und $\sigma(G) = 0.954$.**10. Fairer Gaukler** $x = 8$ **11. Faires Spiel** $x = -0.792$ oder $x = -4.208$. Beide Werte sind sinnvoll. Bei der 2. Lösung ist $x^2 = 17.7$ und das kompensiert den Verlust.**12. Faires Spiel** $p_1 = 0.5856$, $p_2 = 0.0483$ **13. Noten würfeln**

4.472

2.3. Zwei wichtige Eigenschaften von Erwartungswert und Varianz**1. Ein Vergleich**Beide Erwartungswerte sind gleich gross, nämlich $1.875 = \frac{15}{8}$.**2. Glücksrad** $E(X) = 8$, $V(X) = 8$ und $\sigma(X) = \sqrt{8}$.

Vergleiche mit der ersten Aufgabe in diesem Kapitel!

3. Binomialverteilung

1. **Glücksrad**

$$E(X) = 5, V(X) = 3.75, \sigma(X) = 1.936.$$

2. **Würfeln**

90 Würfe.

3. **Glücksrad**

a) 0.00056

b) 25 Dreierzahlen.

$\mu = 25.6$. Die Wahrscheinlichkeiten sind 0.0949 (für 25) resp. 0.0944 (für 26).

c) 99 Drehungen

4. **Würfeln (Aus einer Prüfung)**

a) 0.0631

b) 0.8392

c) 10 und 11 (beide Anzahlen sind gleich wahrscheinlich)

5. **Prüfung**

a) 0.00077

b) 0.0060

c) 0.0898

6. **Fairer Gaukler**

5 Dinar

7. **Würfeln (Aus einer Prüfung)**

a) 0.8604

b) 4 oder 5 (beide Anzahlen sind gleich wahrscheinlich)

c) $E(G) = 18, V(G) = 13$.

8. **Glücksrad**

$$p = \frac{2}{5}$$

9. **Gewinn-Lose**

Ja, denn $H_0 : p = 0.3, H_1 : p < 0.3, s = 0.1814$, also H_0 beibehalten.

10. **Hypothesentest**

Drei oder weniger Sechser.

Für vier Sechser ist $s = 0.0643$, für drei Sechser ist $s = 0.0238$