

Zufallsgrößen und Verteilungen

1. Statistische Kennzahlen

1) Durchschnitt, Varianz und Standardabweichung

Gegeben sind 5 Messwerte: 3.4, 4.1, 4.8, 5.2, 5.5

a) Die Anzahl der Messwerte n (im Beispiel ist $n = 5$) heisst

b) Wir berechnen den Durchschnitt: Die Formel dafür lautet

c) In der Statistik ist häufig nicht nur der Mittelwert von Interesse, sondern es ist auch wichtig, wie stark die Messwerte vom Mittelwert abweichen. Dazu eine Tabelle:

Messwerte	3.4	4.1	4.8	5.2	5.5
Abweichungen					

Von diesen Abweichungen berechnen wir den Durchschnitt:

.....

d) Wir müssen den "Vorzeicheneffekt" aufheben. Es gibt zwei naheliegende Möglichkeiten dafür: Entweder lässt man die Vorzeichen weg (d.h. man nimmt den Absolutbetrag der Abstände) oder man quadriert die Abstände. Aus (höheren) mathematischen Gründen ist es besser, die Abstände zu quadrieren.

Messwerte	3.4	4.1	4.8	5.2	5.5
Quadrate der Abweichungen					

Der Durchschnitt dieser quadratischen Abweichungen heisst

Es gilt also die Formel

e) Um das Quadrieren wieder rückgängig zu machen, ziehen wir die Quadratwurzel:

..... heisst

f) Varianz und Standardabweichung liefern ein **Mass** (eine Größenordnung) dafür, wie stark die einzelnen Messwerte vom Durchschnitt abweichen. Wenn die Standardabweichung klein ist, dann weichen die Werte nur wenig vom Mittelwert ab, ist die Standardabweichung hingegen gross, dann gibt es Messwerte mit grosser Abweichung vom Durchschnitt.

g) Bemerkung: Wir betrachten hier die Grundgesamtheits-Varianz mit zugehöriger Standardabweichung σ . Die Stichproben-Varianz und die zugehörige Standardabweichung s betrachten wir hier nicht.

2) Gewichteter Durchschnitt

Jetzt betrachten wir gewichtete Werte:

An einem Test waren 4 Punkte möglich. Von den Kandidaten erreichten fünf 4 Punkte, vier 3 Punkte, acht 2 Punkte, zwei 1 Punkt und einer erreichte keinen Punkt.

Messwerte	4	3	2	1	0
Häufigkeiten					

Jetzt berechnen wir den Mittelwert mit Hilfe der Häufigkeiten:

Bevor wir aber die Varianz berechnen, gibt es noch eine entscheidende Verbesserung:

Messwerte	4	3	2	1	0
relative Häufigkeiten					

Mit dieser **Verteilungstabelle** können wir den Mittelwert direkt berechnen:

.....
Mit Hilfe der relativen Häufigkeiten berechnen wir jetzt auch die Varianz:

Messwerte	4	3	2	1	0
Quadrate der Abweichungen					
relative Häufigkeiten					

Also erhält man für die Varianz

.....
und die Standardabweichung beträgt

3) Lernkontrolle

An einem Test waren 4 Punkte möglich. Die untere Zeile zeigt, welcher prozentuale Anteil der Probanden das betreffende Ergebnis erzielte.

Punkte	0	1	2	3	4
Anteil	5%	20%	35%	25%	15%

Berechne Durchschnitt und Varianz der erzielten Ergebnisse.