

## 4. Abhängigkeit, Bedingte Wahrscheinlichkeit

### Übungen

---

#### 1) Uhr

Wir betrachten zu einem zufällig gewählten Moment zwischen 0:00 Uhr und 12:00 Uhr den Stundenzeiger einer Uhr. Es gelten die folgenden Ereignisse:

A: Der Zeiger liegt zwischen 1:00 Uhr und 6:00 Uhr.

B: Der Zeiger liegt zwischen 3:00 Uhr und 10:00 Uhr.

Sind A und B abhängig oder unabhängig?

#### 2) Ein Vergleich

a) Ein Würfel wird einmal geworfen. Man betrachte die Ereignisse A: Wurf einer geraden Zahl, B: Wurf einer Dreierzahl (durch 3 teilbare Zahl).

Sind A und B abhängig oder unabhängig?

b) Ein Glücksrad zeigt die Zahlen 1 bis 100 (inkl. Grenzen). Bestimme, ob die Ereignisse "gerade Zahl" und "Dreierzahl" abhängig oder unabhängig sind. Stelle zuerst eine Vermutung auf und rechne dann.

#### 3) Der Falschspieler

Ein Spieler trägt zwei (ununterscheidbare) Würfel bei sich. Einer ist ein üblicher symmetrischer Würfel, der andere ist so gefälscht, dass er nur die Zahlen 5 und 6 (je mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{2}$ ) zeigt. Man wählt nun einen dieser Würfel und wirft ihn drei mal. Dabei erscheinen drei Sechser.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man den gefälschten Würfel erwischt?

#### 4) Drei Kisten

In drei Kisten befinden sich je 3 weisse Kugeln, ausserdem enthalten die Kisten (von links gezählt) eine, zwei resp. drei schwarze Kugeln. Man wählt blind eine Kiste und zieht zwei Kugeln mit einem Griff.

Es handelt sich um eine weisse und eine schwarze Kugel.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man die mittlere Kiste gewählt?

#### 5) Kugeln ziehen

Aus einem Behälter mit 7 gelben und 5 blauen Kugeln zieht man drei Kugeln einzeln ohne Zurücklegen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite gezogene Kugel gelb ist, wenn man weiss, dass die dritte Kugel eine blaue ist?

#### 6) Glücksrad

Ein Glücksrad zeige die Zahlen 1, 2, 3, 4, ..., 99, 100. Man definiert die Ereignisse

$A = \{1, 2, \dots, 20\}$ ,

$B = \{16, 17, \dots, 35\}$

$C = \{17, 18, \dots, n\}$ ,

$D = \{18, 19, \dots, m\}$ .

a) Sind A und B unabhängig?

b) Bestimme n so, dass A und C unabhängig werden.

c) Wie gross muss m sein, damit B und D abhängig sind?

#### 7) gefälschte Münzen

Martina hat in einem Behälter einige symmetrische Münzen und drei gefälschte, die auf beiden Seiten "Kopf" zeigen. Sie wählt blind eine Münze und wirft in 4 Versuchen nur "Kopf".

Die Wahrscheinlichkeit, dass sie eine gefälschte Münze erwischt hat, beträgt so genau  $\frac{1}{2}$ . Wie viele symmetrische Münzen hat Martina im Behälter?

**8) Vitaminmangel**

Ein Test für Vitaminmangel zeigt mit 95%-iger Sicherheit das korrekte Ergebnis. (Anders formuliert: Bei einer Person mit Vitaminmangel ist der Test mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% "positiv", bei einer gesunden Person ohne Vitaminmangel gibt der Test mit 5%-iger Wahrscheinlichkeit "Fehlalarm" und zeigt ein "positives" Ergebnis.).

Welcher Anteil der Bevölkerung hat Vitaminmangel, wenn 8% aller Tests ein "positives" Ergebnis liefern?

Mr. X kommt zum Arzt und lässt sich untersuchen. Das Ergebnis ist "positiv". Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat Mr. X wirklich Vitaminmangel?