2. Mehrstufige Zufallsversuche

Ergebnisse

1) Kugeln ziehen
15/28

2) Zufallsgerät
0.4213

3) Ziehen ohne Zurücklegen
a) 11/57
b) 3/76

4) Unbekannte Anzahl Kugeln
23
[Es gibt zwei mögliche Pfade: wrwr oder rwrw.]

5) Die erste Aufgabe des Chevalier de Méré [1607 - 1684]
Das erste ist wahrscheinlicher: 0.5177 gegenüber 0.4914

6) Historisches Beispiel
25 Würfe.
[Setze $1 - (35/36)^n = 0.5$]

7) Karten ziehen
0.1094, wenn ohne Zurücklegen, 3/32 = 0.0938, wenn mit Zurücklegen gezogen wird.

8) Das "Rosinchen-Problem"
44 Rosinen
[Betrachte ein einzelnes Brötchen. Jede Rosine kommt mit 90%-iger Wahrscheinlichkeit nicht in dieses Brötchen zu liegen. Löse $1 - 0.9^n = 0.99$]

9) Unendlich lange Pfade
4/7 resp. 0.5714
[Geometrische Reihe mit Startwert p und Quotient $(1 - p)^2$.]

10) Historisches Beispiel
Die einzelnen Summen sind nicht gleich wahrscheinlich. 1 + 2 + 6 sind 6 = 3! Fälle, aber 1 + 4 + 4 sind nur drei, 3 + 3 + 3 ist nur ein Fall. Für Summe 9 hat man 25 Fälle, für Summe 10 sind es 27 Fälle. Total sind 216 Fälle möglich.
Somit ist p(9) = 25/216 und p(10) = 27/216.
[Der Unterschied ist relativ klein und experimentell kaum nachweisbar.]

11) Historisches Beispiel
mindestens 10 Würfel
[Rechne die Wahrscheinlichkeit für keine 6: $(5/6)^n$; für genau eine 6: $n\cdot(1/6)\cdot(5/6)^{n-1}$.
Das Gegenteil muss grösser werden als 50%. Also $1 - (5/6)^n - n\cdot(1/6)\cdot(5/6)^{n-1} > 0.5$ lösen.
Die entstehende Gleichung ist transzendent, kann also nur näherungsweise mit Taschenrechnereinsatz gelöst werden.]

12) Faires Spiel
p = 0.3820
[Geometrische Reihe mit Startwert p und Quotient $(1 - p)^3$, wie bei Aufgabe 9]

13) Glücksrad

a) 1/100
b) 0.9395
c) 88 Drehungen
d) 10/19 resp. 0.5263

14) Maximale Gewinnwahrscheinlichkeit

a) 10/39
[Zeichne ein ausführliches Baumdiagramm.]
b) 16 rote Kugeln
c) 4 oder 5 rote Kugeln. In beiden Fällen beträgt die Gewinnwahrscheinlichkeit 5/18.
[Die Gewinnwahrscheinlichkeit p ist abhängig von der Anzahl n roter Kugeln. Es gilt $p = \frac{5n}{(n+4)\cdot(n+5)}$. Wenn p' = 0 sein soll, dann ist n = 4.47. Also muss man für n = 4 und n = 5 prüfen. In beiden Fällen wird p = 5/18.]