

# 1. Vektoren

## 1.1. Freie Vektoren

### 1. Zeichnung

Zeichne in einem Koordinatensystem die Vektoren ein:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

## 1.2. Vektoren addieren, Vektoren strecken

### 1. Berechnung

Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$  und  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

Berechne  $2 \cdot \vec{a} + 4 \cdot \vec{b} - \vec{c}$ .

### 2. Vektor strecken

Gegeben ist der Vektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -10 \end{pmatrix}$ .

a) Strecke ihn mit Faktor  $\frac{2}{5}$ .

b) Strecke ihn so, dass die Komponenten (betragsmässig) möglichst kleine ganze Zahlen werden.

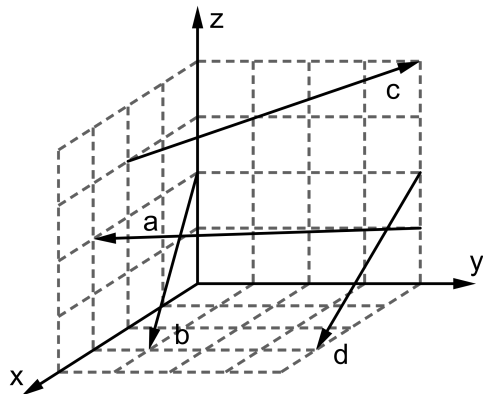
c) Strecke ihn so, dass die  $y$ -Komponente 3 wird.

### 3. Skizze

Zeichne zwei beliebige Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ . Konstruiere  $\frac{1}{4} \cdot \vec{a} - \frac{2}{3} \cdot \vec{b}$

## 1.3. Freie Vektoren im Raum

### 1. Komponenten bestimmen



a) Bestimme die Komponenten der gezeichneten Vektoren.

b)  $\frac{3}{2} \cdot \vec{a} + 2 \cdot \vec{b} + \frac{1}{2} \cdot \vec{c} - \vec{d} = ?$

2. **Berechnung**

Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$  und  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

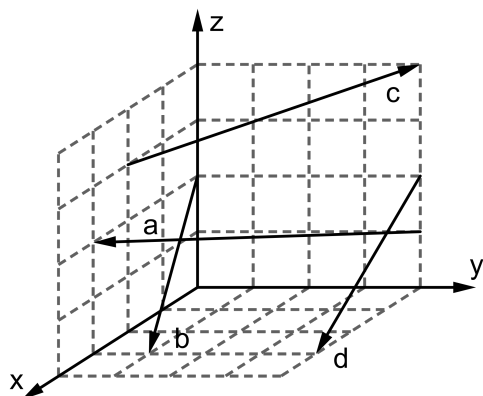
Berechne  $2 \cdot \vec{a} - 3 \cdot \vec{b} + \vec{c}$ .

3. **Vektor einzeichnen**

Zeichne in einer dreidimensionalen Skizze den Vektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  ein.

1.4. **Die Norm eines Vektors**1. **Übung**

Bestimme die Längen der gezeichneten Vektoren.

2. **Parallele Vektoren**

Bestimme die Vektoren mit Länge 3, welche zu  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 15 \\ -8 \end{pmatrix}$  parallel sind.

3. **Einheitsvektoren**

Gesucht sind die (beiden!) Einheitsvektoren parallel zu  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 14 \\ -48 \end{pmatrix}$ .

4. **Übung**

Gegeben ist der Vektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ t \\ -1 \end{pmatrix}$ .

- Setze  $t = 1$  und berechne  $\|\vec{a}\| = ?$
- Bestimme  $t$  so, dass  $\|\vec{a}\| = 6$  wird.

5. **Überlegungsaufgabe**

Gegeben seien zwei beliebige Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .  
Welcher Ausdruck ist grösser:  $\|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|$  oder  $\|\vec{a} + \vec{b}\|$  ?

## 1.5. Vektoren zerlegen

### 1. Vektorzerlegung

Zerlege den Vektor  $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  nach den Vektoren  $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  und  $\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$ .

### 2. Aufgabe, räumliche Situation

Zerlege den Vektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -13 \\ -4 \\ 25 \end{pmatrix}$  nach  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  und  $\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ .

### 3. Überlegungsaufgabe

Sind zwei Vektoren im dreidimensionalen Raum immer komplanar?

## 1.6. Ortsvektoren

### 1. Übung

a)  $A(5|2|-7)$ ,  $B(1|3|8)$ .  $\overrightarrow{AB} = ?$

b)  $C(4|-3|12)$ ,  $D(-4|-7|-7)$ .  $\overrightarrow{DC} = ?$

### 2. Übung

a)  $A(2|1|-3)$ ,  $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}$ . Bestimme  $B$ .

b)  $E(3|-2|-5)$ ,  $\overrightarrow{FE} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ . Bestimme  $F$ .

c)  $P(5|-2|4)$ ,  $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Bestimme  $Q$ .

d)  $A(-7|11|-13)$ ,  $\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} 22 \\ 7 \\ -32 \end{pmatrix}$ . Bestimme  $B$ .

### 3. Abstand zweier Punkte

Bestimme den Abstand der Punkte

a)  $A(3|1|-7)$ ,  $B(7|9|1)$ .

b)  $P(2|-1|6)$ ,  $Q(-1|3|1)$ .

c)  $M(5|2|9)$ ,  $N(0|2|4)$ .

## 1.7. Anwendungen

### 1. Mittelpunkte

Bestimme jeweils die Koordinaten vom Mittelpunkt der gegebenen Punkte.

- $A(2|1|-3)$ ,  $B(-6|9|-5)$ .
- $P(5|0|-2)$ ,  $Q(-1|6|-10)$ .
- $G(8|-2|4)$ ,  $H(-9|9|-3)$ .
- $S(6|9|2)$ ,  $T(-3|-11|-15)$ .

### 2. Vektor

Gegeben sind die Punkte  $P(2|-6|5)$  und  $Q(-8|5|3)$ .

Welche Punkte auf der Geraden  $g = PQ$  haben von  $P$  Abstand 5?

### 3. Dreieck

Gegeben ist das Dreieck  $(2|7|1)$   $(3|3|9)$   $(6|10|2)$ .

- Berechne seinen Umfang.
- Bestimme die Koordinaten des Schwerpunkts.
- Zeige: das Dreieck ist rechtwinklig.
- Ergänze es zu einem Rechteck.

### 4. Parallelogramm (Aus einer Prüfung)

Vom Parallelogramm  $ABCD$  kennt man die Punkte  $A(4|1|3)$ ,  $B(0|5|-4)$ ,  $C(1|3|-2)$ .

- Berechne die Koordinaten von  $D$ .
- Berechne den Umfang des Parallelogramms.
- Berechne die Koordinaten des Diagonalschnittpunktes.