

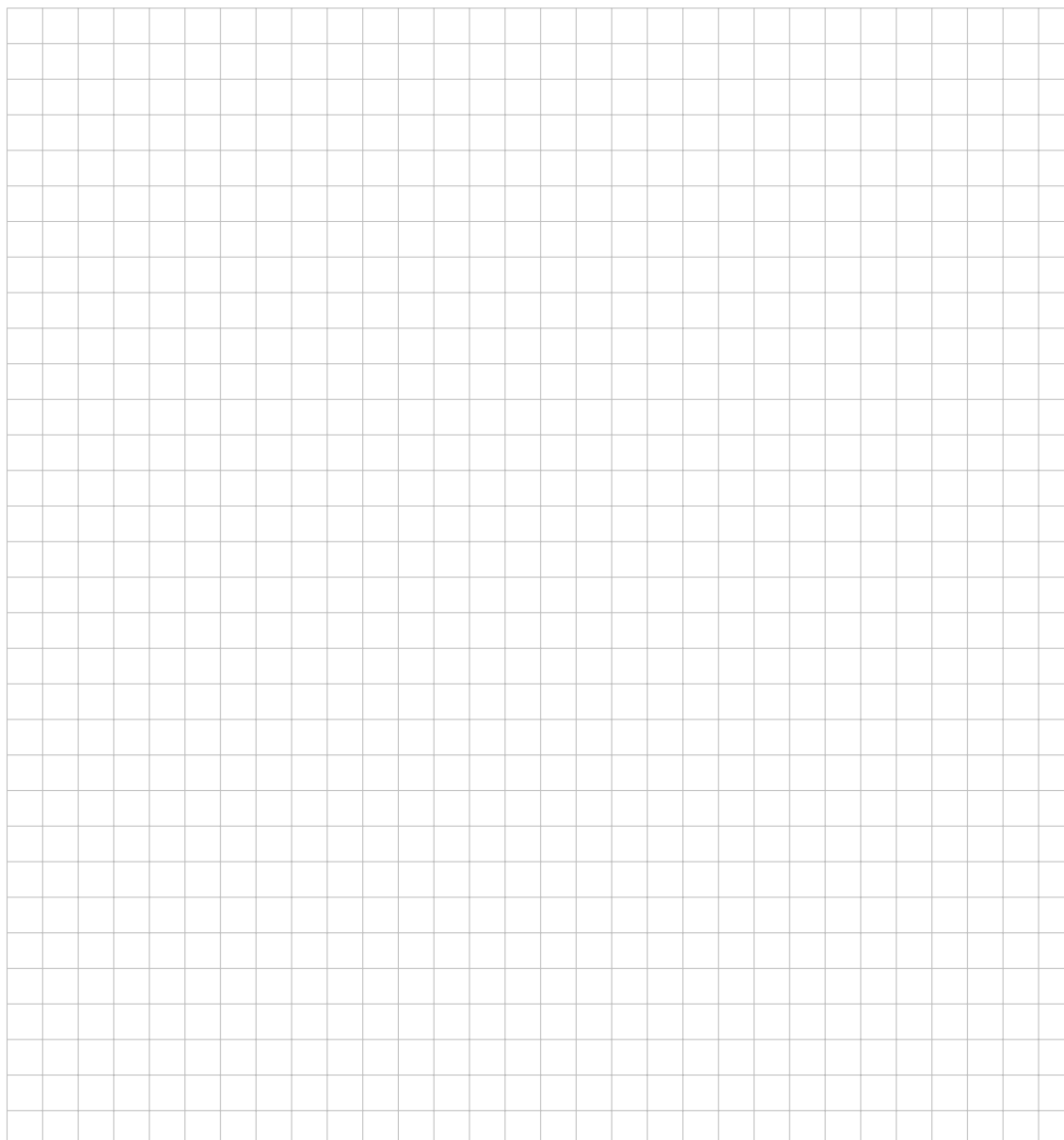
Gesamtrepitition Vektorgeometrie

Aufgaben aus früheren Prüfungen

1. Dreieck

Vom Dreieck $A(1|-1|1)$ $B(2|0|-4)$ $C(5|3|8)$ berechne man

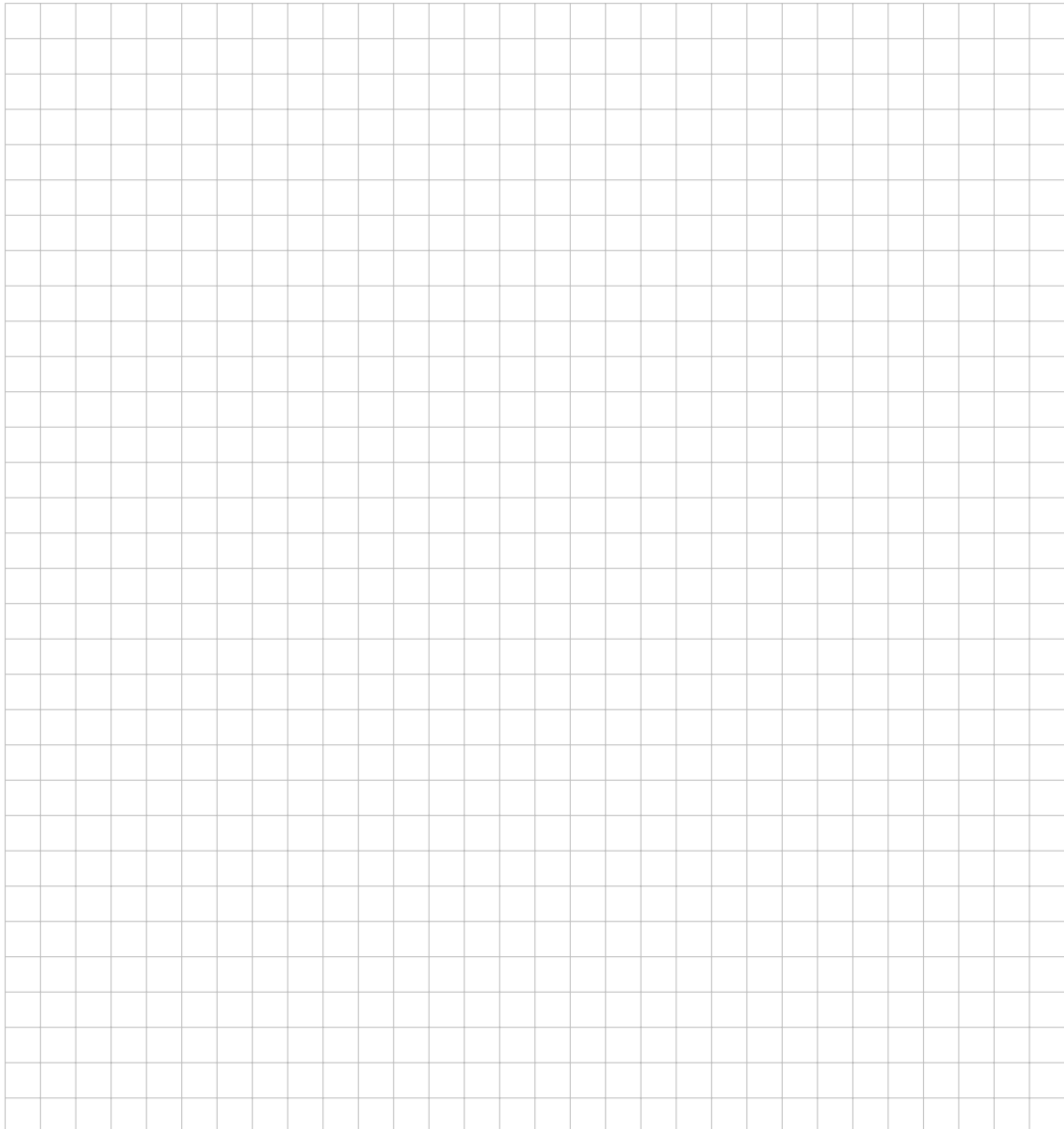
- a) den Winkel α ,
- b) die Fläche F und
- c) die (Länge der) Höhe h_a



2. Spiegelung

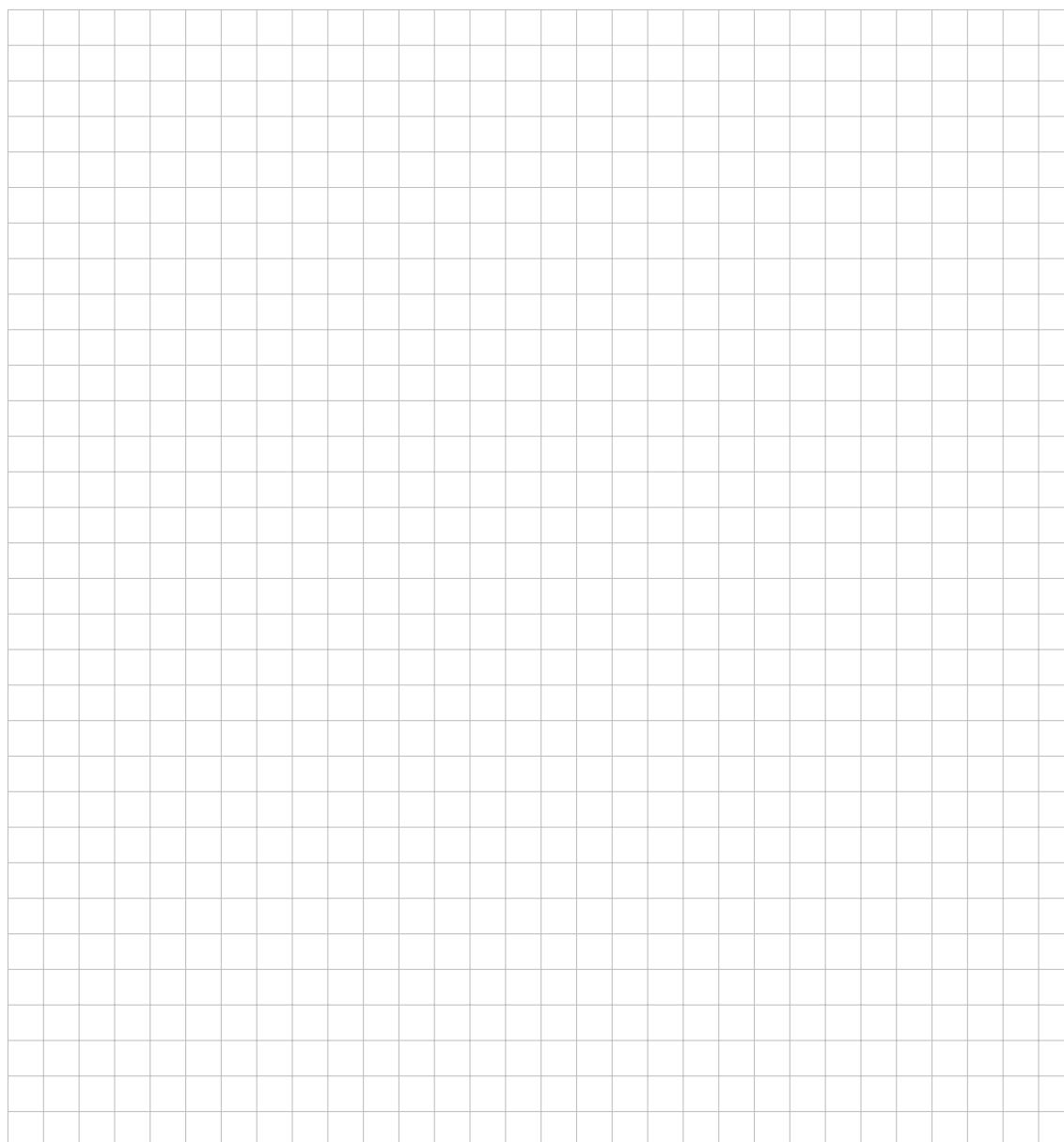
Ein vom Punkt $P(0 | -2 | 8)$ ausgehender Lichtstrahl wird zunächst an der Ebene $4x - 3y - z - 24 = 0$, dann an der Ebene $x + 3z - 6 = 0$ reflektiert und geht schließlich durch den Punkt $Q(-2 | 4 | 6)$.

- Bestimme die Koordinaten der beiden Reflexionspunkte.
- Berechne die Länge des Lichtstrahls (von P über die beiden Reflexionspunkte bis nach Q gerechnet.)



3. Würfel

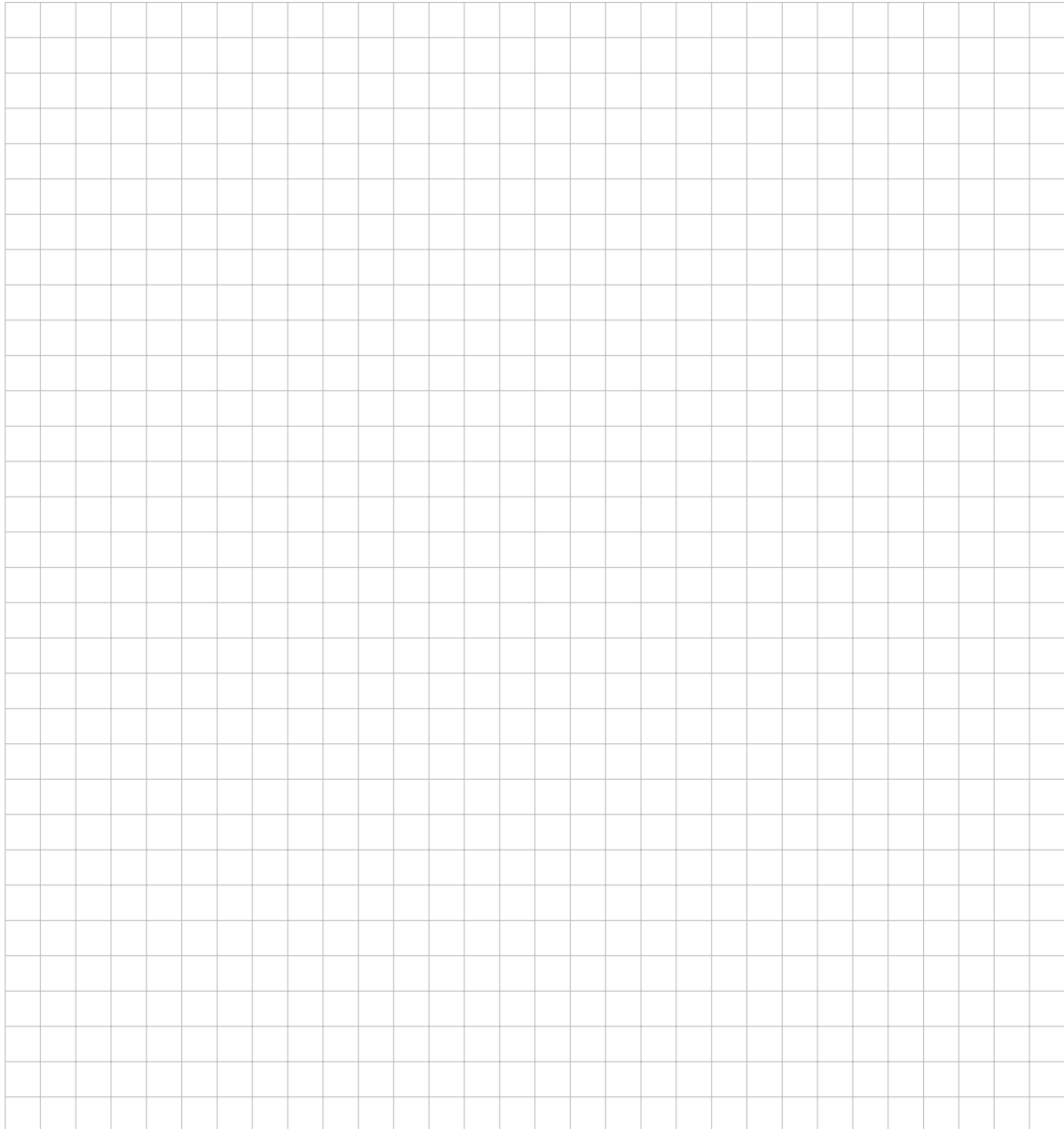
Von einem Würfel kennt man die Ecken $A(2|-3|1)$ und $B(4|0|7)$. Von der Ebene der Würfelgrundfläche $ABCD$ kennt man noch den Punkt $P(0|0|-1)$. Bestimme die Koordinaten aller Würfeleckpunkte.



4. Gerade und Kugel

Gegeben ist die Gerade $g: (5 | 2 | 10) (7 | -2 | 10)$
und die Kugel $k: x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y - 12z - 20 = 0$.

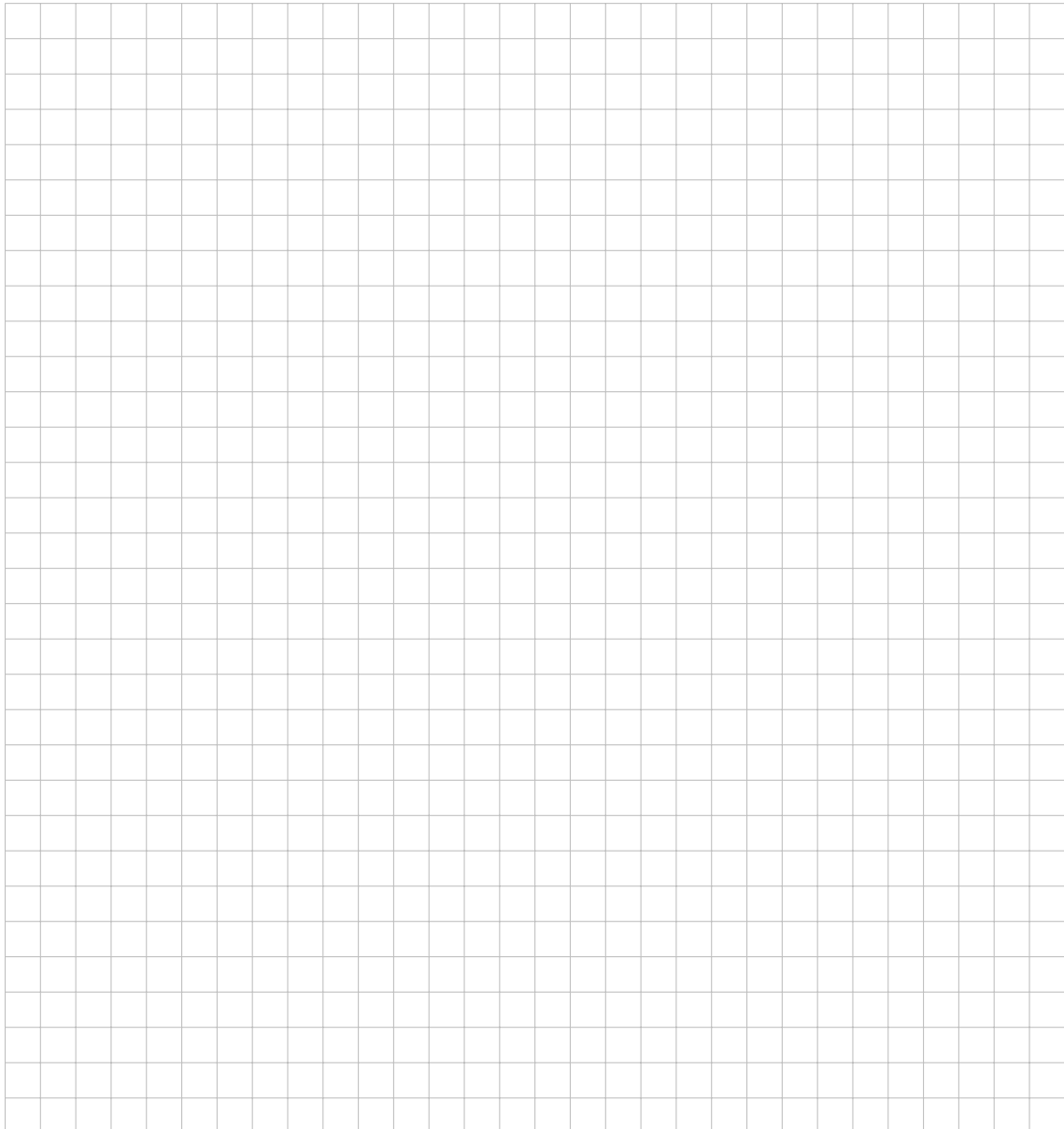
- In welchen Punkten und unter welchem Winkel schneiden sich g und k ?
- Bestimme die Gleichung der Tangentialebene in einem der beiden Schnittpunkte.



5. **Inkugel**

Gegeben sind die Eckpunkte $A (3|6|-2)$, $B (7|10|0)$ und $C (9|6|4)$ der Bodenfläche eines Würfels.

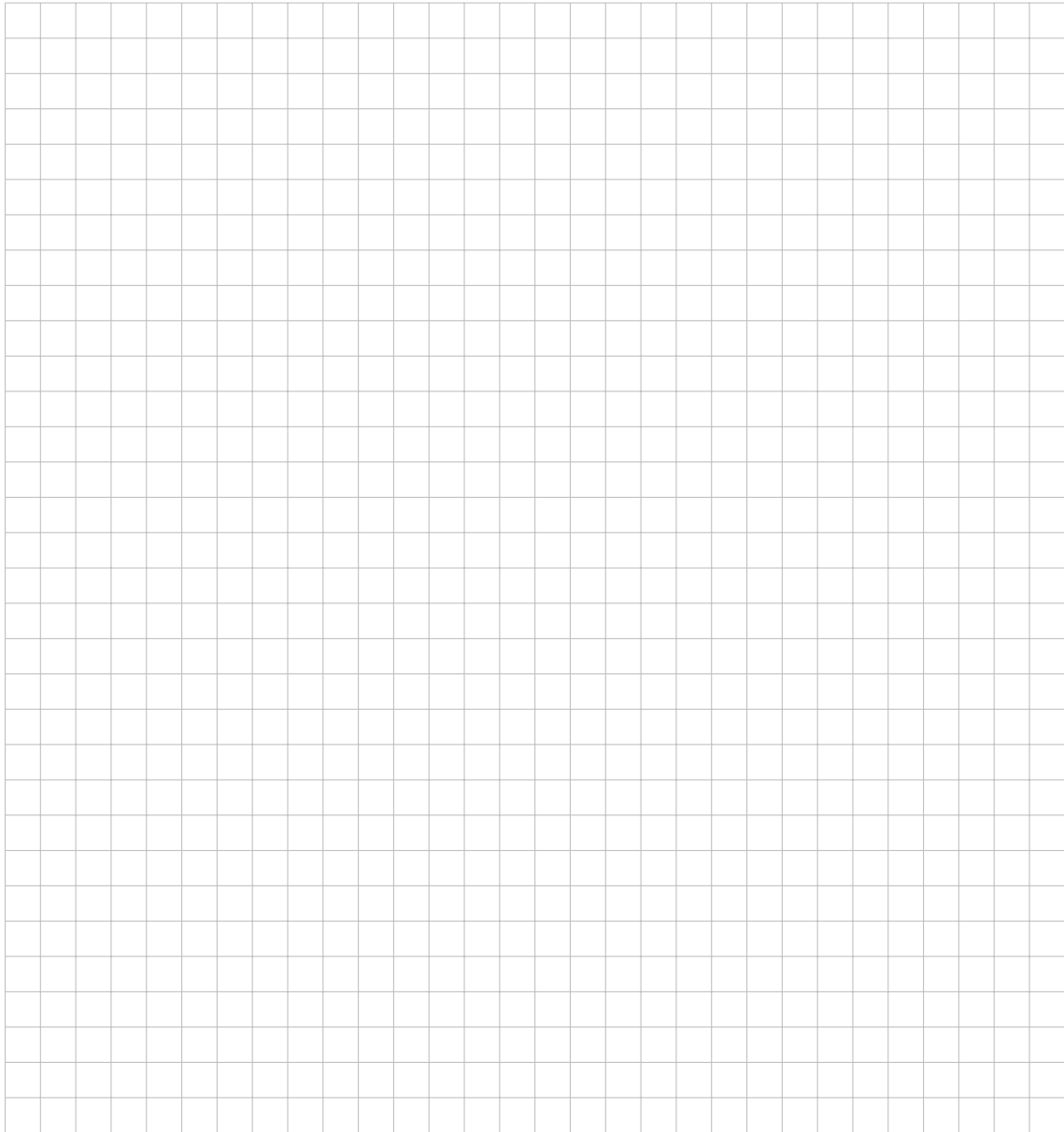
- a) Weise nach, dass die Daten stimmen, d.h. dass A , B und C wirklich Eckpunkte eines Würfels sind und bestimme die Koordinaten von D , E und F .
- b) Bestimme die Gleichung der Inkugel. (Das ist die grösste Kugel, die in den Würfel hineinpasst, wenn man den Würfel als Schachtel denkt.)



6. **Zwei Kugeln**

Gegeben sind die Kugeln $k_1 : x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 4z - 36 = 0$
und $k_2 : x^2 + y^2 + z^2 - 6x + z + 3 = 0$.

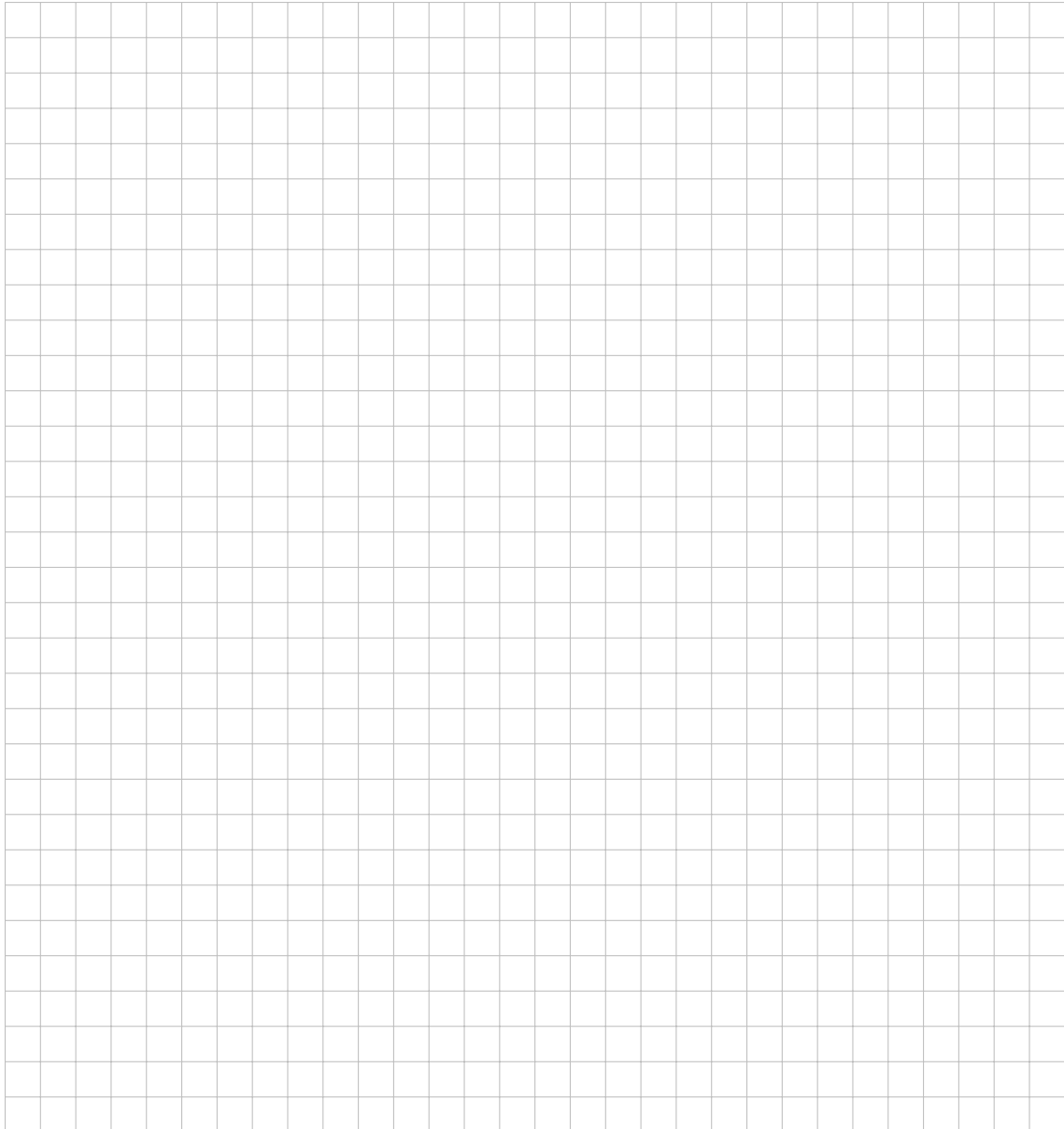
- a) Bestimme die Mittelpunkte und Radien der beiden Kugeln.
- b) Weise nach, dass sich die Kugeln berühren und bestimme die Gleichung der gemeinsamen Tangentialebene (im Berührungspunkt).



7. Drei Ebenen

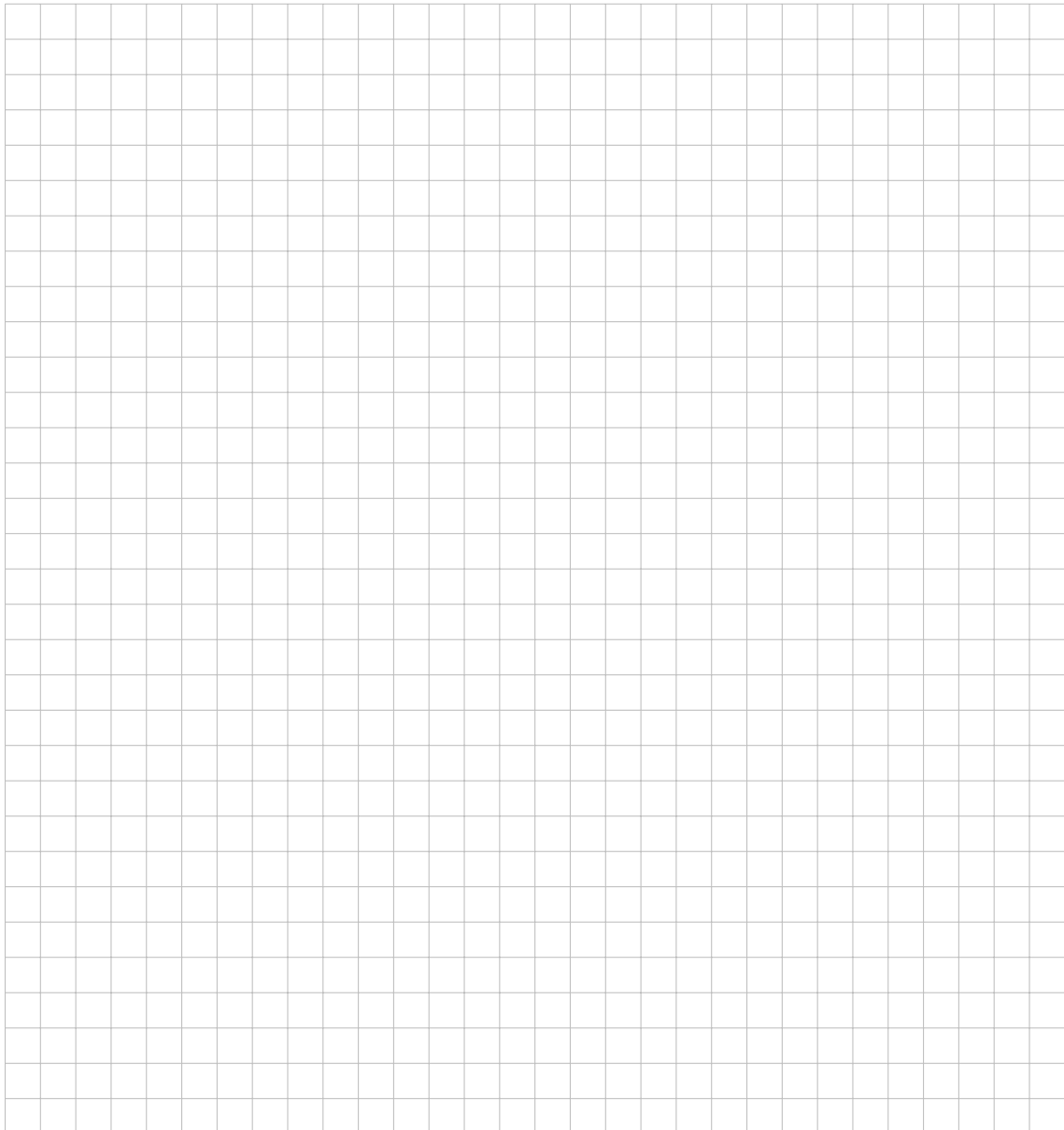
Gegeben sind drei Ebenen: $\varepsilon_1 : 3x + y - 2z + 5 = 0$, $\varepsilon_2 : x - y + 6z + 31 = 0$,
 $\varepsilon_3 : 2x + 3y + c \cdot z + d = 0$.

- Bestimme die Schnittgerade und den Schnittwinkel der beiden Ebenen ε_1 und ε_2 .
- Die Ebene ε_3 soll auch durch dieselbe Schnittgerade gehen. Bestimme c und d .



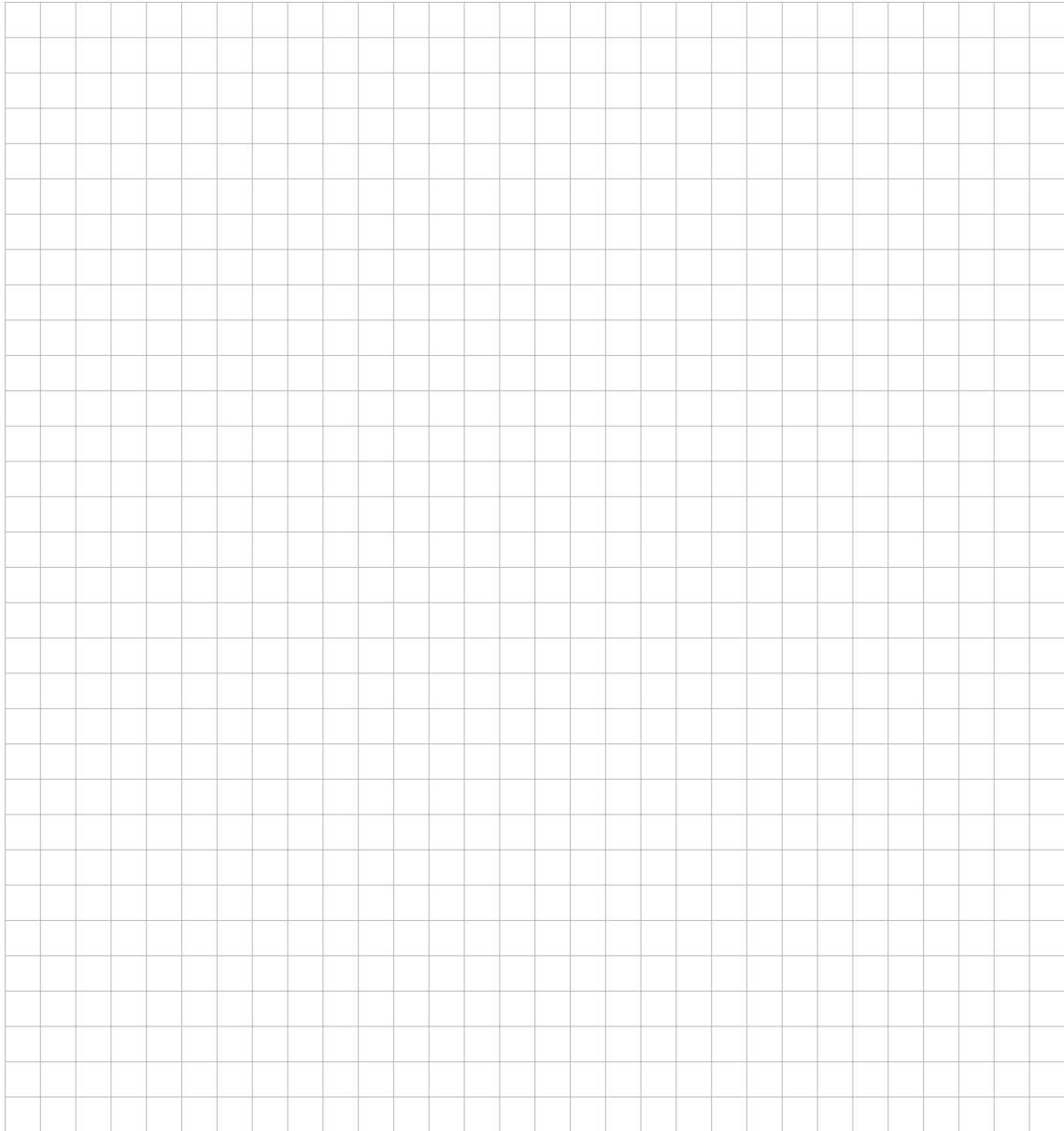
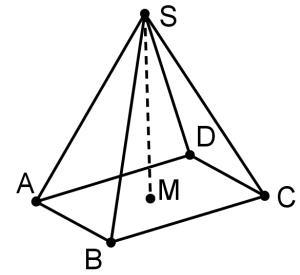
8. **Gleichseitiges Dreieck**

Von einem gleichseitigen Dreieck ABC kennt man $A (0 | 7 | 9)$ und weiss, dass B und C auf der Geraden $g: (4 | 5 | -13) (5 | 9 | -14)$ liegen.
Bestimme die Koordinaten von B und C .



9. Pyramide

Von einer geraden quadratischen Pyramide (siehe die Figur: $ABCD$ ist ein Quadrat) kennt man die Spitze S $(6|13|9)$, das Zentrum der Bodenfläche M $(0|1|-3)$ und den Punkt P $(2|3|3)$ auf der Kante AS . Bestimme die Koordinaten von A , B , C und D .
Hinweis: Bestimme die Gleichung der Ebene $ABCD$.



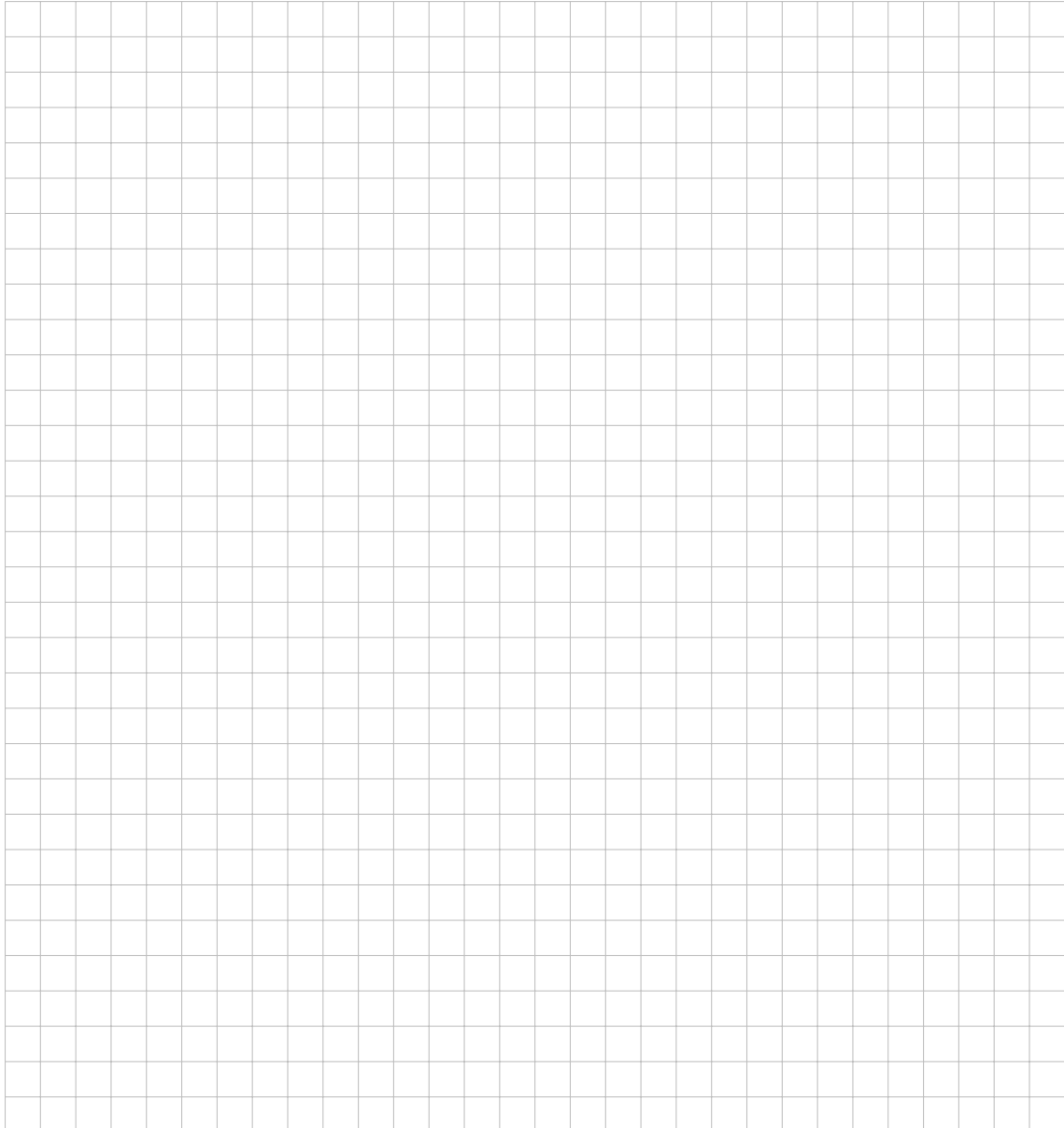
10. Reflexion

Gegeben sind die Punkte $A(4 | -10 | 8)$ und $B(5 | -6 | 7)$
sowie die Kugel $k: M(6 | 10 | 0), r = 6$.

Ein von A ausgehender Lichtstrahl geht zunächst durch B und trifft dann auf die Kugel, wo er reflektiert wird.

Bestimme den reflektierten Strahl (Parametergleichung).

Hinweis: Eine Reflexion an der Kugel ist gleichbedeutend mit der Reflexion an der Tangentialebene im betreffenden Kugelpunkt.

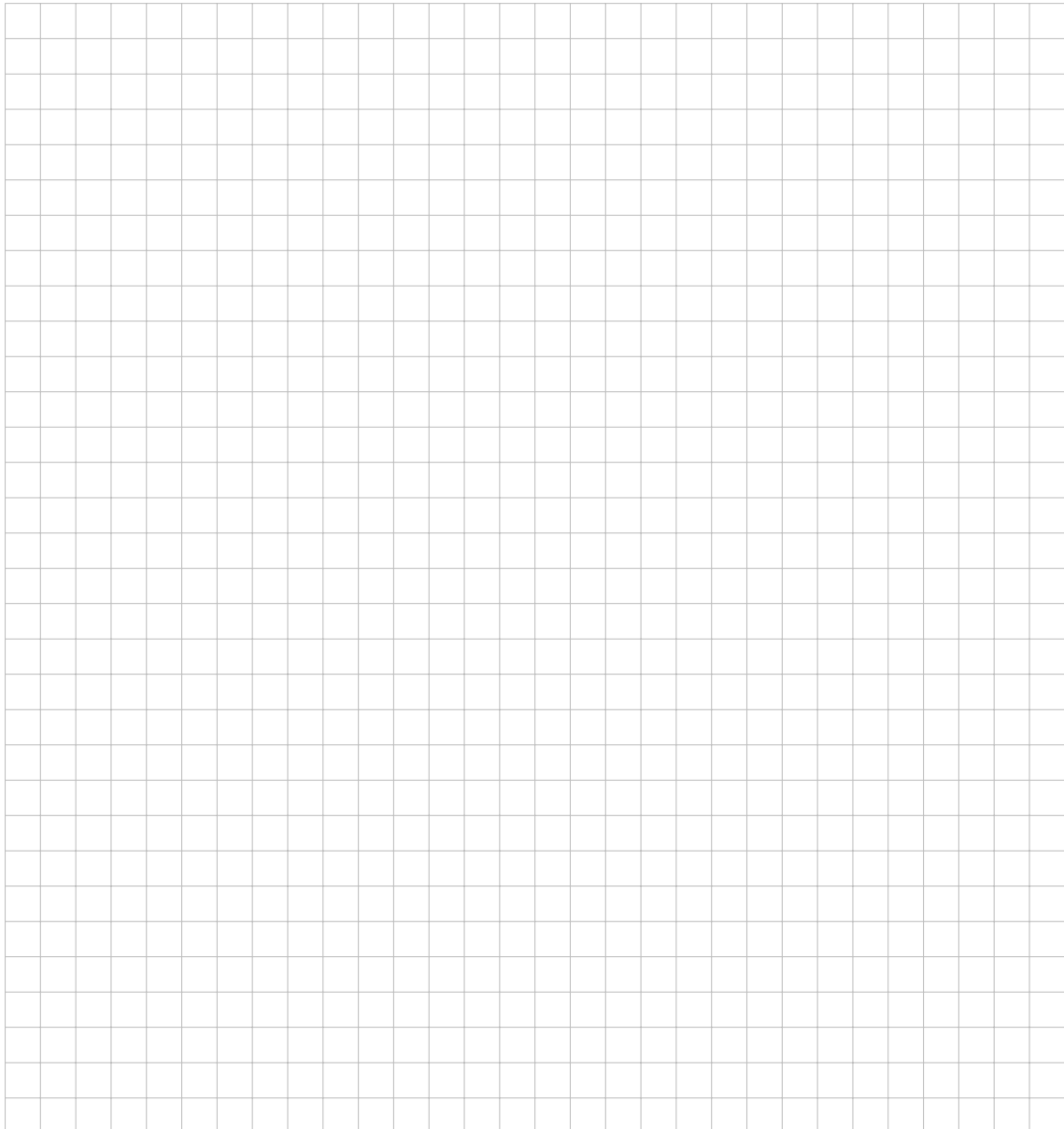


11. Berührende Kugeln

Von einer Kugel k_1 kennt man das Zentrum $M_1 (2|3|7)$ und den Radius $r_1 = 6$. Weiter ist die Gerade $g: (9|6|4) (10|6|3)$ gegeben.

Gesucht ist eine Kugel k_2 mit Radius $r_2 = 1$, welche das Zentrum M_2 auf g hat und welche k_1 berührt.

- Bestimme *eine* Lösung für M_2 und dazu den Berührungspunkt von k_1 mit k_2 .
- Wie viele Lösungen solcher Kugeln k_2 gibt es? Begründe!



12. Zwei Ebenen und eine Kugel

Gegeben sind zwei Ebenen: $\varepsilon_1 : 2x - y + 2z + 3 = 0$ und $\varepsilon_2 : 2x - y + 2z - 33 = 0$ sowie die Gerade $g: (5|1|6) \ (4|0|8)$.

- Bestimme die gegenseitige Lage der beiden Ebenen.
- Gesucht ist die Kugel k , welche ihr Zentrum auf g hat und beide Ebenen berührt. Bestimme die Kugelgleichung sowie die Koordinaten der beiden Berührungspunkte.

