

4. Berechnungen am beliebigen Dreieck

4.1. Der Sinus-Satz

1. Satz

In jedem Dreieck ist das Verhältnis von Seite zum Sinus des gegenüberliegenden Winkels konstant.

4.2. Der Cosinus-Satz

1. Spezialfall

Pythagoras.

4.3. Grundaufgaben

1. Drei Seiten

- a) $\alpha = 34.772^\circ$, $\beta = 51.645^\circ$, $\gamma = 93.583^\circ$
- b) Zu diesen Angaben gibt es kein Dreieck.

2. Eine Seite, zwei Winkel

- a) $\alpha = 75^\circ$, $b = 3.993$ cm, $c = 5.630$ cm
- b) $\beta = 40^\circ$, $a = 12.022$ cm, $c = 7.139$ cm
- c) $\alpha = 75^\circ$, $a = 8.265$ cm, $c = 7.755$ cm
- d) $\beta = 30^\circ$, $a = 10.285$ cm, $b = 5.222$ cm
- e) Zu diesen Angaben gibt es kein Dreieck.

3. Zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel

- a) $c = 6.356$ cm, $\alpha = 56.894^\circ$, $\beta = 68.106^\circ$
- b) $a = 9.241$ cm, $\beta = 20.076^\circ$, $\gamma = 44.924^\circ$

4. Zwei Seiten und ein Winkel, aber nicht der eingeschlossene

- a) $b = 9.075$ cm, $\alpha = 42.623^\circ$, $\beta = 82.377^\circ$
- b) $c = 4.488$ cm, $\beta = 29.472^\circ$, $\gamma = 35.528^\circ$
- c) Zwei Lösungen: $\alpha = 70.94^\circ$, $\beta = 54.06^\circ$, $b = 5.14$ cm
oder: $\alpha = 109.06^\circ$, $\beta = 15.94^\circ$, $b = 1.743$ cm

5. Alle Möglichkeiten

- a) $\alpha = 80^\circ$, $b = 4.308$ cm, $c = 4.991$ cm
- b) $c = 5.028$ cm, $\alpha = 77.846^\circ$, $\beta = 47.154^\circ$
- c) Zu diesen Angaben gibt es kein Dreieck.
- d) $\alpha = 72.967^\circ$, $\beta = 45.816^\circ$, $\gamma = 61.218^\circ$

4.4. Anwendungen

1. **Drachenviereck**

$$BD = 3.335 \text{ cm}$$

Hinweis: Berechne die Seitenlängen: 1.84 cm resp. 6.442 cm

2. **Zwei Kreise**

$$10.435 \text{ cm}$$

Hinweis: Berechne die halben Zentriwinkel: 48.19° resp. 35.431°

3. **Dreiecksberechnung (Aus einer Prüfung)**

$$b = 2.487 \text{ cm}, \alpha = 131.134^\circ, \gamma = 26.87^\circ, r = 3.32 \text{ cm}.$$

4. **Trapez (Aus einer Prüfung)**

$$b = 3.658 \text{ cm}$$

Hinweis: $\alpha = 61.03^\circ, h = 3.5 \text{ cm}$