

2. Ebenen

2.1. Ebenengleichungen

1. Koordinatengleichungen

Bestimme jeweils die Koordinatengleichung der Ebene.

a) $\varepsilon: A(2|1|-3) \quad B(4|2|-1) \quad C(5|0|2)$

b) Die Ebene geht durch $(4|1|7)$, $(2|5|9)$ und $(2|-1|3)$

c) $\varepsilon: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

d) Die Ebene geht durch $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ und liegt parallel zu $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

e) Die Ebene geht durch die Parallelen a und b .

$$a: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2. Achsenabschnitte

a) Wie lautet die Koordinatengleichung der Ebene mit $u = 5$, $v = -\frac{1}{3}$ und $w = \frac{2}{5}$?

b) Von einer Ebene kennt man $u = 4$ und $v = -3$.

Bestimme w so, dass die Ebene durch $P(6|1|9)$ geht.

2.2. Lot und Normalebene

1. Lot

Bestimme das Lot vom gegebenen Punkt auf die Ebene.

a) $\varepsilon: 3x - 4y - z - 7 = 0, P(3|6|1)$.

b) $\varepsilon: 5x - 2y + z - 11 = 0, P(8|-1|5)$.

2. Normalebenen

a) Bestimme die Gleichung der Normalebene zu g durch P .

$$g: A(2|1|-3) \quad B(4|2|-1), \quad P(3|6|1).$$

b) Bestimme die Gleichung der Normalebene zu g durch A .

$$g: A(3|5|7) \quad B(2|8|4).$$

3. Parallelebene

Gesucht ist die Gleichung der Ebene, welche zu $4x - 3y + 2z - 7 = 0$ parallel liegt und durch $P(4|2|8)$ geht.

4. **Eine Ebene (Aus einer Prüfung)**

Gegeben ist die Ebene $\varepsilon: 3x + y - 5z + 12 = 0$.

- Bestimme die Achsenabschnitte von ε .
- Der Punkt $A(3|6|t)$ soll in ε liegen. Berechne t .
- Welcher Punkt P in der Ebene ε liegt am nächsten zu $B(7|-3|-8)$? Bestimme die Koordinaten von P .

5. **Parallelebenen**

Bestimme die Gleichungen der (beiden) Ebenen, welche zu $\varepsilon: 4x - y - 8z + 12 = 0$ parallel liegen und zu ε Abstand 2 haben.

2.3. Gegenseitige Lage1. **Zwei Ebenen**

Sind die Ebenen $4x - y + 3z - 8 = 0$ und $-8x + 2y + 6z - 1 = 0$ parallel oder schneiden sie sich?

2. **Schnittpunkte**

Bestimme den Schnittpunkt der Geraden g mit der Ebene ε .

- $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \varepsilon: 3x - 4y - z + 6 = 0$
- $g: (7|-10|11) \quad (4|-6|4), \quad \varepsilon: 7x - 5y + 3z - 8 = 0$
- $g: P(-4|10|9) \quad Q(-7|9|8), \quad \varepsilon: A(3|2|4) \quad B(5|1|-2) \quad C(4|5|8)$

3. **Lernkontrolle**

- Bestimme das Lot vom Punkt $P(13|-5|15)$ auf die Ebene $2x - 2y + z - 6 = 0$ inkl. Lotfußpunkt.
- Gegeben ist die Gerade $g: (3|-1|6) \quad (0|3|1)$ und der Punkt $P(12|-3|7)$. Bestimme von P aus die Normalebene auf g inkl. Schnittpunkt.

4. **Gerade und Ebene (Aus einer Prüfung)**

Gegeben ist die Gerade PQ und die Ebene ε durch A, B und C .

$P(8|-1|-3), Q(6|0|1); A(1|1|-1), B(2|1|1), C(0|3|3)$.

- Bestimme die Koordinatengleichung von ε .
- Bestimme den Schnittpunkt von PQ mit ε .
- Bestimme die Koordinatengleichung derjenigen Ebene durch P , welche zu ε parallel liegt.

2.4. HNF

1. Abstand Punkt - Ebene

Bestimme den Abstand des Punktes zur Ebene.

a) $A(4|1|-3)$, $\varepsilon: x + 4y + 8z - 2 = 0$

b) $M(0|0|0)$, $\varepsilon: 2x - 3y + 6z - 21 = 0$

c) $P(7|-1|-1)$, $\varepsilon: A(4|2|-2) \ B(1|3|3) \ C(-1|-7|1)$

2. Anwendung

Der Punkt $A(3|t|7)$ soll zur Ebene $\varepsilon: 2x - 3y + 6z - 21 = 0$ Abstand 1 haben.
Bestimme alle möglichen Werte für t .

3. Gerade und Ebene

Gegeben sind: die Ebene $\varepsilon: 2x - 2y - z + 6 = 0$
und die Gerade $g: (5|-8|14) \ (6|-12|18)$.
Welche Punkte auf g haben zu ε Abstand 4?