

## 4. Anwendungen

### Übungen

---

#### 1) Parallele

Gesucht ist die Gerade durch  $P(3 \mid 4 \mid 2)$ , welche zu den beiden Ebenen  $4x - y + 2z = 0$  und  $5x + y - z + 6 = 0$  parallel liegt.

#### 2) Drei Ebenen

Gegeben sind drei Ebenen:  $3x + y + z - 7 = 0$ ,  $x + 5y - 2z - 7 = 0$ ,  $2x + 4y - z - 8 = 0$ .  
Weise nach, dass sich diese Ebenen in einer einzigen Geraden schneiden.

#### 3) Transversale

Gegeben sind die Geraden  $a$  und  $b$  sowie der Vektor  $\vec{v}$ .

$$a: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad b: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Bestimme die Punkte  $A \in a$  und  $B \in b$  so, dass die Gerade  $t = AB$  zu  $\vec{v}$  parallel ist.  
(Die gesuchte Gerade heisst Transversale von  $a$  und  $b$ .)

#### 4) Projektionsebene

Bestimme die Koordinatengleichung der Ebene, welche durch  $A(2 \mid 5 \mid 3)$  und  $B(4 \mid 1 \mid 0)$  geht und zur Ebene  $4x - y + 2z - 3 = 0$  senkrecht steht.

#### 5) Lichtstrahl

Ein von  $A(20 \mid 13 \mid 10)$  ausgehender Lichtstrahl geht nach  $B(17 \mid 10 \mid 10)$  und dann weiter, bis er an der Ebene  $\varepsilon: x + 2y - 2z + 1 = 0$  reflektiert wird.

- In welchem Punkt  $R$  trifft der Lichtstrahl auf die Ebene  $\varepsilon$  auf?
- In welchem Punkt geht der reflektierte Lichtstrahl durch die  $xy$ -Ebene?

#### 6) Quadrat

Von einem Quadrat  $ABCD$  kennt man die Ecken  $A(4 \mid 1 \mid -3)$ ,  $B(8 \mid 3 \mid 1)$  und weiss, dass das Quadrat in der Ebene  $x + 2y - 2z - 12 = 0$  liegt.

Bestimme die Koordinaten der anderen beiden Ecken des Quadrates.

#### 7) Würfel

Von einem Würfel kennt man die Ecke  $A(3 \mid 1 \mid 2)$  und weiss, dass die Diagonale  $BD$  auf der Geraden  $g: (8 \mid 9 \mid 10) (9 \mid 13 \mid 11)$  liegt. Bestimme die Koordinaten aller Würfелеcken.

#### 8) Pyramide

Von einer geraden quadratischen Pyramide kennt man die Ecken  $A(1 \mid 2 \mid 4)$ ,  $B(5 \mid 8 \mid 16)$  und  $C(17 \mid 12 \mid 10)$  und weiss, dass die Seitenkanten die Länge  $s = 7 \cdot \sqrt{6}$  aufweisen.

- Bestimme die Koordinaten der Ecke  $D$ .
- Wo liegt die Pyramidenspitze  $S$ ?

#### 9) Pyramide

Wir betrachten eine gerade quadratische Pyramide. Vom Quadrat  $ABCD$  weiss man, dass  $A$  und  $B$  auf der Geraden  $g$ ,  $C$  und  $D$  auf der Geraden  $h$  liegen. Die Spitze  $S$  liegt auf der gegebenen Geraden  $s$ .

$g: (2 \mid 1 \mid 3) (0 \mid 0 \mid 1)$ ,  $h$  geht durch  $(0 \mid 3 \mid -5)$  und ist parallel zu  $g$ .

$s: (0 \mid 3 \mid 1) (5 \mid 2 \mid 2)$

Bestimme die Koordinaten aller Eckpunkte der Pyramide.