

4. Anwendungen

4.1. Spiegelungen

1. Projektion

Die Strecke $P(3|5|2) Q(4|13|2)$ wird senkrecht auf die Ebene $\varepsilon : x - 2y + z + 2 = 0$ projiziert.

Bestimme die Länge der projizierten Strecke.

2. Spiegelung

Spiegle den Punkt $P(3|1|8)$ an der Ebene $x + y - z + 3 = 0$.

3. Lichtstrahl

Ein vom Punkt $(4|5|-1)$ nach $(-7|8|-9)$ gehender Lichtstrahl wird *dazwischen* an der Ebene $x + 3y - 2z - 7 = 0$ reflektiert.

Bestimme die Koordinaten des Reflexionspunktes.

Lichtstrahl

Ein vom Punkt $A(7|0|-3)$ ausgehender Lichtstrahl wird im Punkt $R(3|1|z_R)$ an der Ebene $\varepsilon : 3x - y - z - 2 = 0$ reflektiert. (Der Punkt R liegt in der Ebene ε .)

In welchem Punkt schneidet der reflektierte Strahl die Ebene $z = 16$?

4.2. Ebene Figuren

1. Gleichschenkliges Dreieck

Gegeben sind die Punkte $A(3|0|7)$ und $B(7|2|1)$.

Gesucht ist der Punkt C auf der z -Achse, so dass das Dreieck ABC ein gleichschenkliges Dreieck mit Basis $c = AB$ ist.

2. Quadrat

Vom Quadrat $ABCD$ kennt man die Diagonale $A(1|6|3) C(7|6|9)$ und weiss, dass das Quadrat in der Ebene durch A, C und $P(1|0|0)$ liegt.

Bestimme die Ecken B und D .

3. Gleichschenkliges Trapez

Von einem gleichschenkligen Trapez mit den parallelen Seiten AB und CD kennt man die Ecken $A(3|2|8)$, $B(11|6|-4)$ und $C(12|2|0)$.

Bestimme die Koordinaten von D .

Drachenviereck

Die Punkte $A(0|-3|3)$, $B(-1|1|2)$ und $C(4|5|-5)$ sind drei Eckpunkte eines Drachenvierecks.

Bestimme die vierte Ecke D .

4.3. Räumliche Körper

1. Pyramide

Von einer geraden quadratischen Pyramide kennt man die Ecke $A(1 | -2 | 3)$, die Höhe $h = 18$ und weiss, dass die Ecken B und C auf der Geraden g liegen.

$$g: (-11 | -17 | 9) \quad (21 | -1 | 5)$$

Bestimme die Koordinaten aller Eckpunkte der Pyramide.

2. Würfel

Von einem Würfel weiss man, dass eine Kante auf der Geraden g und eine andere Kante auf der Geraden h liegt.

$$g: (10 | 4 | -3) \quad (12 | 5 | -5), \quad h: (9 | -1 | 7) \quad (11 | -3 | 8).$$

Bestimme die Koordinaten aller Würfecken.

Zusatzfrage: Wie viele Lösungen hat diese Aufgabe? (Anders gefragt: Wie viele Würfel sind aufgrund der gegebenen Daten möglich?)

Oktaeder

Wir betrachten ein reguläres Oktaeder.

Man kennt die Ecke $A(11 | 3 | 11)$ und weiss, dass die Diagonale EF auf der Geraden $g: (4 | 1 | 3) \quad (6 | -1 | 4)$ liegt.

Bestimme die Koordinaten aller Eckpunkte des Oktaeders.

Hinweis: Das Zentrum des Oktaeders ist ein wichtiges Zwischenresultat.

