

3. Abstände und Zwischenwinkel

Lösungen

1) Punkt

- a) 2 b) 9

2) Zwei Geraden

- a) schneidend, S (8 | -15 | -10), 58.47°
 b) windschief, $d = 8 \cdot \sqrt{3}$, Zusatz: P (4 | 1 | 0), Q (-4 | 9 | 8)
 c) schneidend, S (0 | 8 | 15), 65.44°
 d) windschief, $d = 7$, Zusatz: A (2 | 1 | 4), B (4 | 4 | -2)
 e) parallel, $d = 3$

3) Gerade und Ebene

- a) S (4 | 0 | -6), 26.39°
 b) S (1 | 7 | 4), 42.88°
 c) S(13.75 | -2.25 | 8.5), 16.602°

4) Schnittgerade und Zwischenwinkel

- a) $s: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$ b) 42.392°

5) Parallelen

$$t = -3.4$$

[Der Richtungsvektor von g muss senkrecht zum Normalenvektor der Ebene liegen.]

6) Punkte mit vorgegebenem Abstand

- a) (22 | 11 | 20) und (10 | 5 | 2)
 [Setze die HNF der Ebene gleich ± 3 und schneide mit h.]
 b) (10 | 5 | 2) und (2 | 1 | -10)
 [Ansatz: Der Punkt H (4 + 2t | 2 + t | -7 + 3t) liegt auf h.
 Setze den Abstand von H zu P = $7 \cdot \sqrt{2}$]

7) Gleiche Abstände

S(10.5 | -5.5 | -6.75) ist die einzige Lösung.

[HNF's gleichsetzen. Ein Ansatz geht nicht, weil die Ebenen parallel sind.]

Mittelparallelebene $4x - 8y + 12z - 5 = 0$. Schneide mit g.]

8) Vorgegebener Winkel

(9 | 2 | 3) oder (3 | 8 | 3)

[Variante 1: Bestimme den Lotfußpunkt von P auf a inkl. Abstand. L (6 | 5 | 3). $d = \sqrt{6}$. Das Dreieck PLS mit gesuchtem Schnittpunkt S ist ein halbes gleichseitiges Dreieck.]

Also muss $\|\vec{LS}\| = 3 \cdot \sqrt{2}$ sein. Bringe \vec{r}_a auf diese Länge und hänge ihn in L an.

Variante 2: S (4 + t | 7 - t | 3) liegt auf a. Dann hat man $\vec{SP} = \begin{pmatrix} 1-t \\ t-3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Dieser Vektor muss

mit \vec{r}_a den Winkel 30° oder 150° einschließen.

Setze in die Formel $\cos(30^\circ) = \dots$ ein und löse nach t auf.]