

2. Radizieren und Quadrieren von Gleichungen

1) Beispiele

a) Löse die Gleichung: $x^2 = 25$.

.....

b) Ebenso: $(x - 5)^2 = 4$

.....

2) Regel

.....

$$x^2 = y^2 \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ x = -y \end{cases} \quad \text{Man setzt } \textit{ein} \text{ Vorzeichen, egal auf welcher Seite der Gleichung.}$$

3) Übungen

a) $(x - 3)^2 = 16$

b) $(2x - 1)^2 = (x + 3)^2$

c) $(x + 5)^2 = (x - 3)^2$.

4) Musterbeispiele

a) $\sqrt{x + 5} = 4$

.....

b) $\sqrt{x^2 + 5} = x + 1$

c) $3 \cdot \sqrt{x} + 5 = \sqrt{x} + 11$

.....

d) $4 + 9 \cdot \sqrt{x^2 + 9} = 49$

5) Beispiel

Löse die Gleichung $\sqrt{1-x} = \sqrt{x-11}$

.....

6) Regel

.....

7) Musterbeispiele

Wann liegt eine Scheinlösung vor?

a) $\sqrt{5-x} = \sqrt{2x-4}$

b) $\sqrt{5-x} = \sqrt{14+2x}$

c) $\sqrt{5-x} = \sqrt{13-2x}$

d) $\sqrt{5-x} = \sqrt{10-2x}$

8) Scheinlösungen (2. Teil)

a) $\sqrt{x} + 2 = 0$

b) $\sqrt{x^2 - 5} = x - 1$

c) $\sqrt{x^2 + 3} = x - 3$

d) $\sqrt{x} = x - 6$

.....

.....

.....

.....

9) Übungen

a) $\sqrt{3x} = \sqrt{x+3}$

b) $\sqrt{2x+7} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$

c) $x - 4 = \sqrt{x \cdot (5x - 8)}$

.....

.....

.....

10) Sonderfälle

a) $\sqrt{5-x} = \sqrt{12-x}$

b) $\sqrt{5-x} = \sqrt{12-(x+7)}$

c) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2 - x$

.....

.....

11) Gleichungen mit Wurzeln im Nenner

a) $\frac{4x}{\sqrt{x^2-1}} = 5$

b) $\frac{6}{\sqrt{x+3}} + 1 = \sqrt{x+3}$

12) Gleichungssysteme

a)
$$\begin{array}{l} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 7 \\ 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 1 \end{array} \quad \left| \right.$$

b)
$$\begin{array}{l} 2x^2 - y^2 = 3 \\ x^2 + 2y^2 = 14 \end{array} \quad \left| \right.$$

13) Freiwillige Übung

Löse die Gleichungen

a) $(x-4)^2 = 81$

b) $\sqrt{3-x} = \sqrt{2x-9}$

c) $x+2 = \sqrt{2x+19}$

d) $(2x-5)^2 = (x+4)^2$

e) Löse das Gleichungssystem:
$$\begin{array}{l} 3x - y = 5 \\ \sqrt{y-3} = x - 2 \end{array} \quad \left| \right.$$