

2. Berechnungen mit Pythagoras

2.1. Grundaufgaben

1. Rechtwinklige Dreiecke

- Wie lang ist die Hypotenuse, wenn die beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks 3.6 cm und 4.8 cm lang sind?
- Man kennt die Hypotenuse: 12.7 cm und eine Kathete: 4.7 cm. Wie lang ist die andere Kathete?
- Eine Kathete misst 7 cm. Die Hypotenuse ist 1 cm länger als die andere Kathete. Wie lang ist diese?

2. Rechteck

Wie gross ist die Fläche eines Rechtecks, von dem man eine Seite $a = 3$ cm und die Länge der Diagonalen $d = 6.5$ cm kennt?

3. Quadrat

Wie gross ist die Fläche eines Quadrates, wenn die Diagonale $d = 5.3$ cm misst?

4. Gleichschenklige Dreiecke

- Die Höhe auf die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks misst 12 cm, die Schenkel sind 13 cm lang. Wie lang ist die Basis?
- Die Seiten eines Dreiecks messen 8 cm, 8 cm, 5 cm. Berechne der Reihe nach: die Länge der Höhe auf die Basis, die Fläche des Dreiecks, die Länge der Höhe auf die Schenkel.

5. Gleichseitiges Dreieck

Ein gleichseitiges Dreieck hat Seitenlänge 4.6 cm. Berechne seine Fläche.

6. Kreissehnen

- In einem Kreis mit Radius 6 cm wird eine Sehne der Länge 9 cm gezeichnet. Welchen Abstand hat diese Sehne vom Kreiszentrum?
- In einem Kreis mit Radius 5 cm zeichnet man eine Sehne der Länge 7 cm. Parallel zu dieser ersten Sehne wird im Abstand 4 cm eine zweite Sehne gezeichnet. Wie lang ist diese zweite Sehne?

7. Kreisberechnung

Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge 2.8 cm. Berechne Umfang und Fläche des Umkreises dieses Dreiecks.

8. Tangenten

Die Tangentenabschnitte vom Punkt P an einen Kreis k sind 15 cm lang. Welche Entfernung hat P von der Kreislinie, wenn der Kreisradius 10 cm beträgt? (Überlege zunächst, was die Tangentenabschnitte von P an einen Kreis sein könnten, wenn du den Begriff nicht kennst.)

2.2. Angewandte Aufgaben

1. Leiter

Eine Leiter soll 14m hoch reichen. Wie lang muss die Leiter mindestens sein, wenn ihr Fuss 4m von der (senkrechten) Wand absteht?

2. Doppelleiter

Eine Doppelleiter ist 3.5m lang. Sie soll 3m hoch reichen. Wie weit muss man die Füße auseinander stellen?

3. Eiffelturm

Ein Tourist steht 1km vom Eiffelturm entfernt. Welche Entfernung hat der Tourist von der Spitze des Eiffelturms? (Der Eiffelturm ist 300m hoch.)

4. Gleitschirmflug

Ein Gleitschirmflieger steht auf einem 2156m hohen Startgelände und blickt ins Tal. Die auf der Karte im Massstab 1 : 25000 genau 12.3cm entfernte Landestelle liegt auf einer Höhe von 638m über Meer. Wie lang wird die Flugstrecke (mindestens)?

5. Bogenhöhe

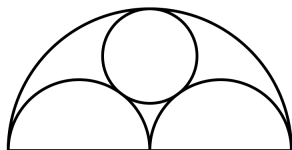
Bestimme die Bogenhöhe des Zugersees. Zwischen Cham und Arth misst man ziemlich genau 14km Entfernung. Der Erdradius beträgt 6370km. (Schätze zunächst, bevor du rechnest.)

6. Leuchtturm

Von einem 100m hohen Leuchtturm aus blickt man auf das offene Meer hinaus. Wie weit kann man sehen? (Erdradius 6370km)

7. Kirchenfenster

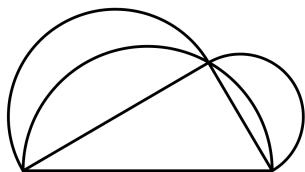
Die Zeichnung stellt ein Kirchenfenster dar. Der kleine, innere Kreis berührt die drei Halbkreise. Die gesamte Breite des Fensters misst 2.4m. Welchen Radius hat der kleine innere Kreis?



8. Die Mündchen des Hippokrates

Die Figur aus einem rechtwinkligen Dreieck und drei Halbkreisen ist nach Hippokrates von Chios (um 450 v. Chr.) benannt.

Welche Fläche ist grösser: das Dreieck oder die beiden Mündchen (zusammen)?



2.3. Räumliche Geometrie

1. Quader

- a) Die Seiten eines Quaders messen 3 cm, 7 cm und 9 cm. Wie lang ist die Raumdiagonale? (Die Raumdiagonale misst den grösstmöglichen Abstand zwischen zwei Eckpunkten des Quaders.)
- b) Von einem Quader kennt man die Raumdiagonale 12 cm und zwei Seiten: $a = 5$ cm sowie $b = 7$ cm. Wie lang ist die dritte Seite des Quaders

2. Würfel und Kugel

Gegeben ist ein Würfel mit Seitenlänge 8 cm. Es gibt eine Kugel, welche durch alle 8 Eckpunkte des Würfels geht. Was hat diese Kugel für einen Radius?

3. Kirchturmdach

Ein Kirchturmdach hat die Form einer geraden quadratischen Pyramide. Wie hoch ist die Dachkonstruktion, wenn die Traufkanten 6 m und die Seitenkanten 9.5 m lang sind? (Die Traufkanten sind die horizontal liegenden Kanten am untern Ende der Dachkonstruktion bzw. die Kanten zwischen der schrägen Dachfläche und der senkrechten Wand des Kirchturms.)

4. Holzbalken

Aus einem Baumstamm mit kreisförmigem Querschnitt von 80 cm Durchmesser und 3 m Länge soll ein möglichst grosser quadratischer Balken herausgesägt werden. Berechne dessen Volumen.

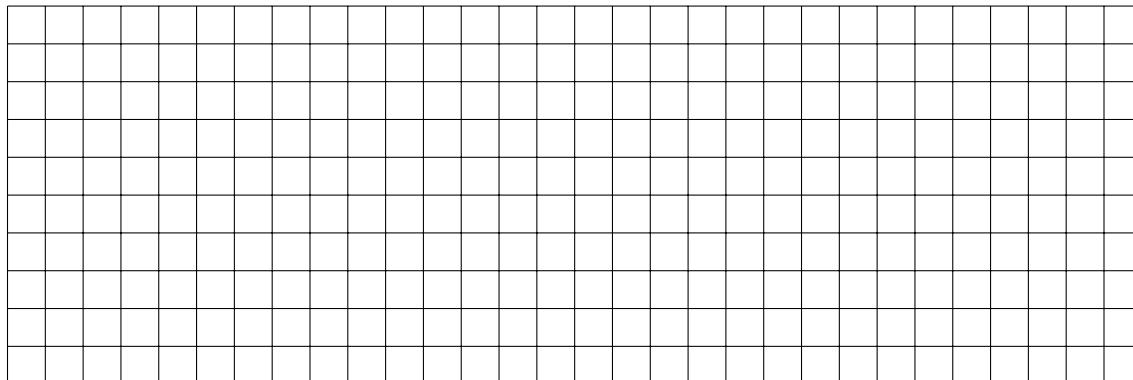
5. Zahnstocher

Mit 6 Zahnstochern gleicher Länge kann man eine dreiseitige Pyramide darstellen. Drei Zahnstocher bilden die Bodenfläche der Pyramide, die anderen drei Zahnstocher formen die Seitenflächen der Pyramide. Wie hoch wird diese Pyramide, wenn man weiss, dass die Zahnstocher 7 cm lang sind?

2.4. Formel aus dem Satz von Pythagoras

1. **Quadrat**

Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Seite und der Diagonale eines Quadrats?

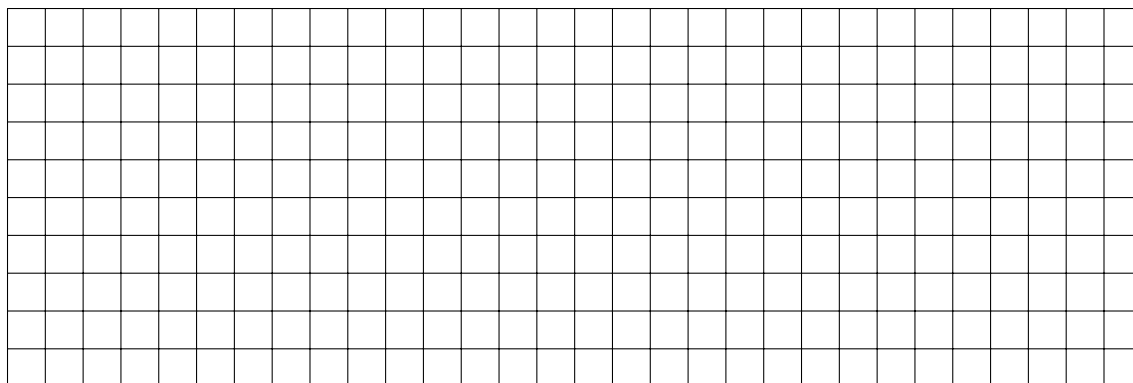


2. **Satz**

.....
.....
.....

3. **Würfel**

Den Satz kann man direkt erweitern für einen Würfel. Im Würfel bezeichnen wir die Flächendiagonale (Diagonale einer Seitenfläche) mit f , die Raumdiagonale mit d .

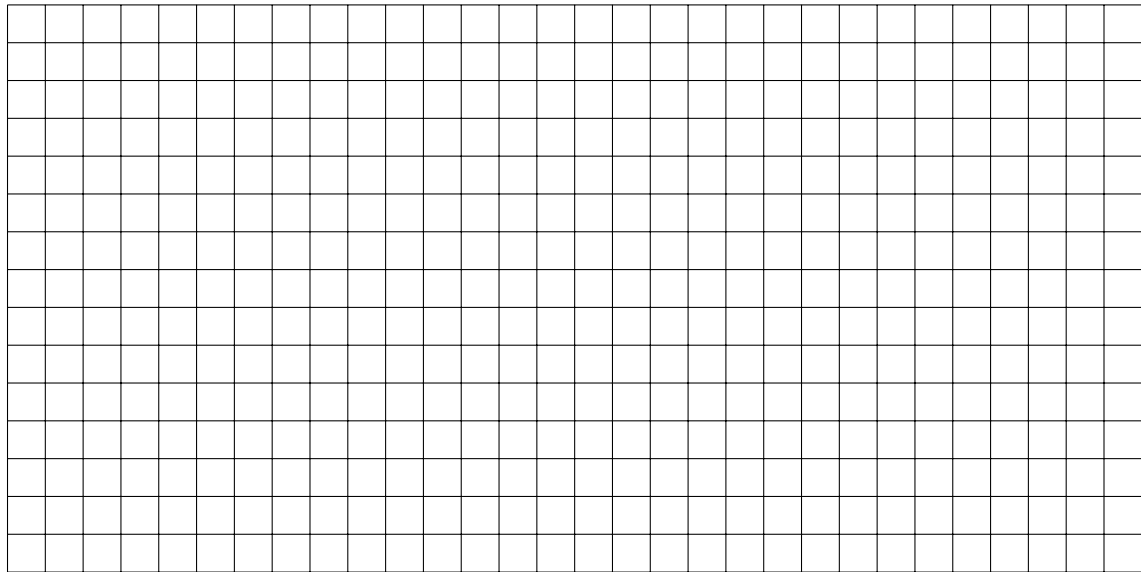


4. **Satz**

.....
.....
.....

5. **Gleichseitiges Dreieck**

Wir finden Formeln für die Höhe und die Fläche eines gleichseitigen Dreiecks mit Seitenlänge s .



6. **Satz**

.....

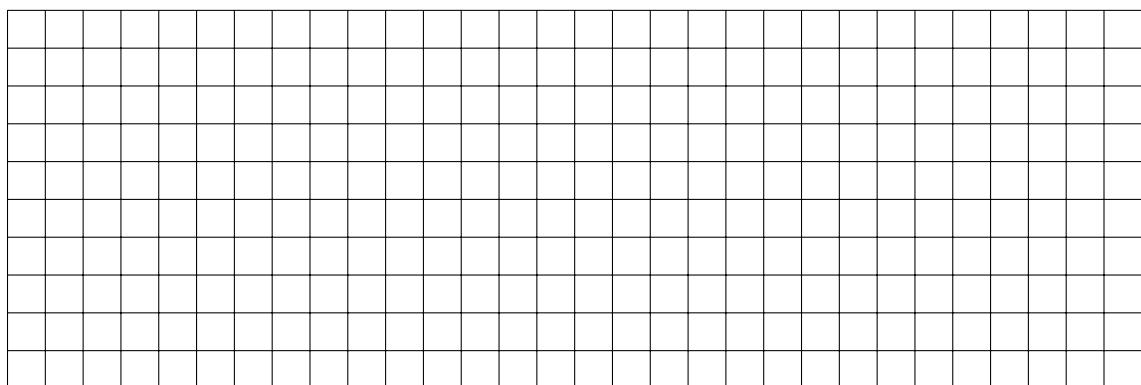
.....

.....

.....

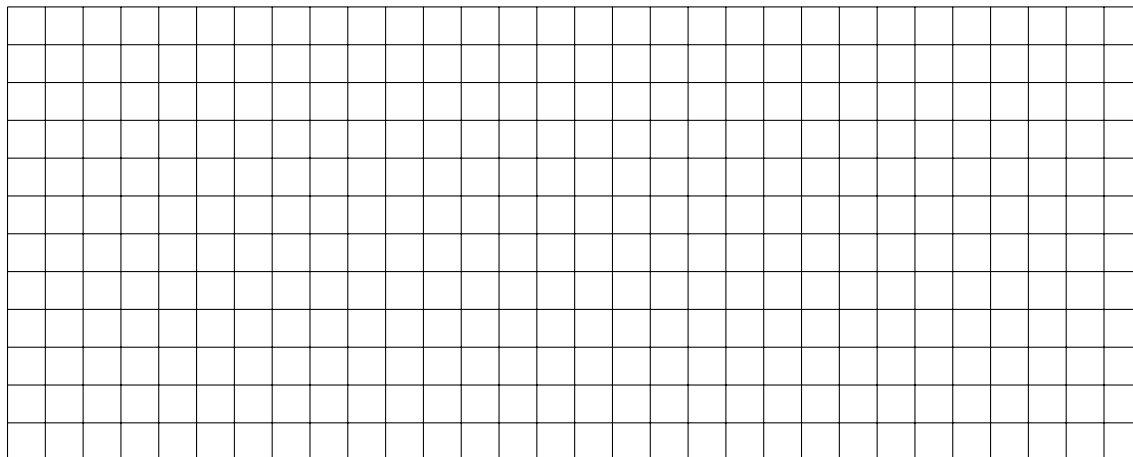
7. **Kreissegment**

Betrachte ein Kreissegment.



8. Kreissegmentfläche

Mit den momentanen Kenntnissen können wir nur für spezielle Zentriwinkel eine Formel für die Fläche des Kreissegments herleiten.

**9. Übungen**

- a) Wie gross ist die Segmentfläche, wenn $r = 4 \text{ cm}$ und $\alpha = 60^\circ$ bekannt sind?
- b) Man kennt die Segmentfläche $F = 100 \text{ cm}^2$ und $\alpha = 90^\circ$. Berechne den Radius.

10. Anwendung

Gegeben sind zwei gleich grosse Kreise mit Radius $r = 8 \text{ cm}$, so dass jeweils das Zentrum vom einen Kreis auf der anderen Kreislinie liegt. Wie gross ist die von den Kreisen umschlossene gemeinsame Fläche?