3. Potenzfunktionen

3.1. Graphen von Potenzfunktionen

1. **Potenzen mit natürlichen Exponenten**

Gerade Exponenten: $y = f(x) = x^2$ und $y = f(x) = x^4$

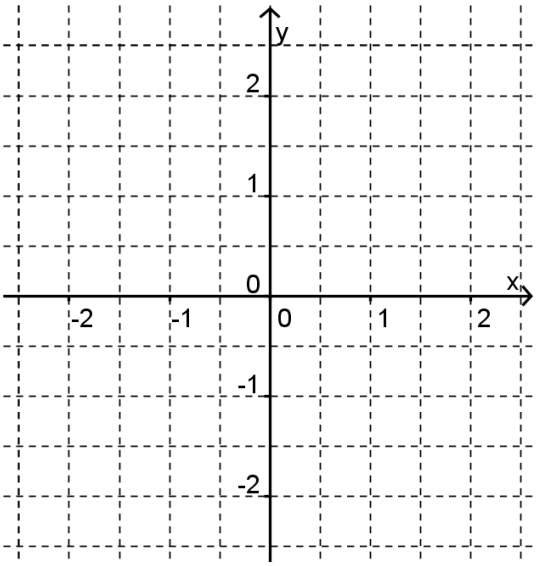
$x =$	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$y = f(x) =$									

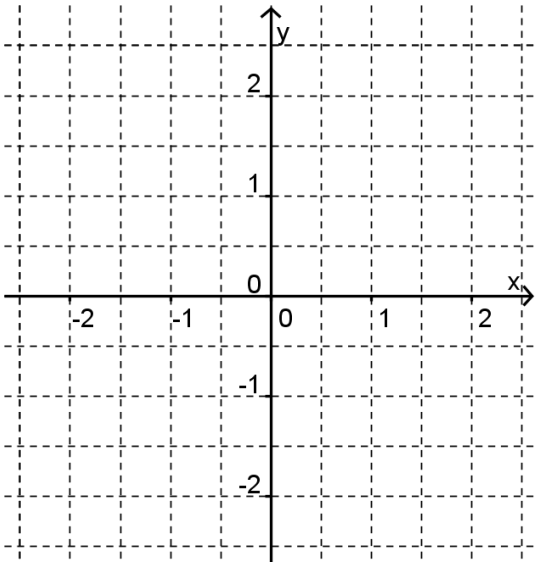
$x =$	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$y = f(x) =$									

Ungerade Exponenten: $y = f(x) = x^3$ und $y = f(x) = x^5$

$x =$	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$y = f(x) =$									

$x =$	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$y = f(x) =$									





Feststellungen:

2. **Potenzen mit ganzzahligen Exponenten**

Gerade Exponenten: $y = f(x) = x^{-2}$ und $y = f(x) = x^{-4}$

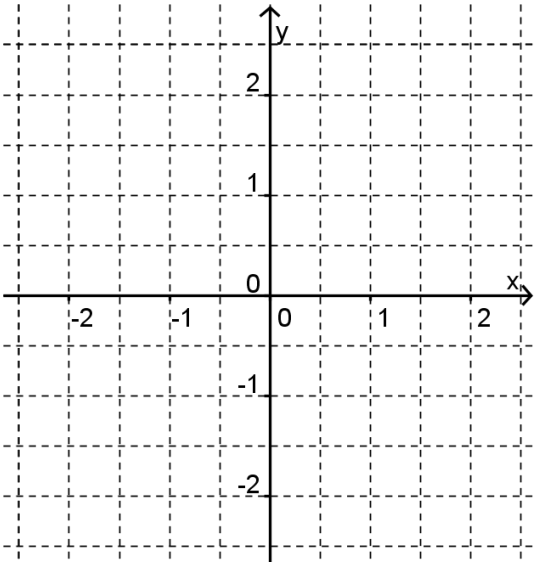
$x =$	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$y = f(x) =$									

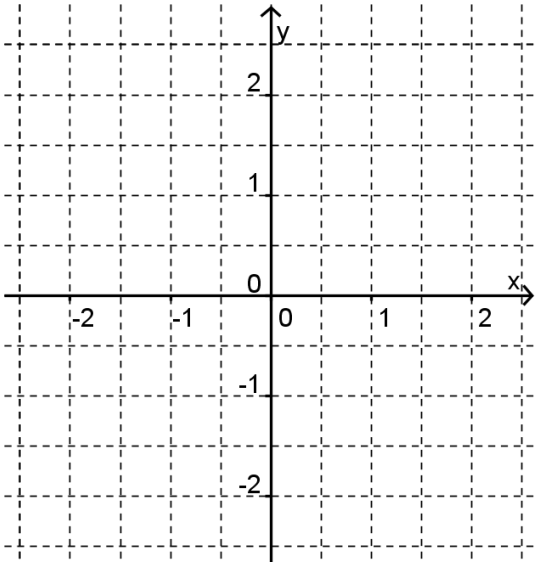
$x =$	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$y = f(x) =$									

Ungerade Exponenten: $y = f(x) = x^{-1}$ und $y = f(x) = x^{-3}$

$x =$	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$y = f(x) =$									

$x =$	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$y = f(x) =$									





Feststellungen:

3. **Wurzelfunktionen**

Der Wurzelexponent ist gerade: $y = f(x) = \sqrt{x}$ und $y = f(x) = \sqrt[4]{x}$

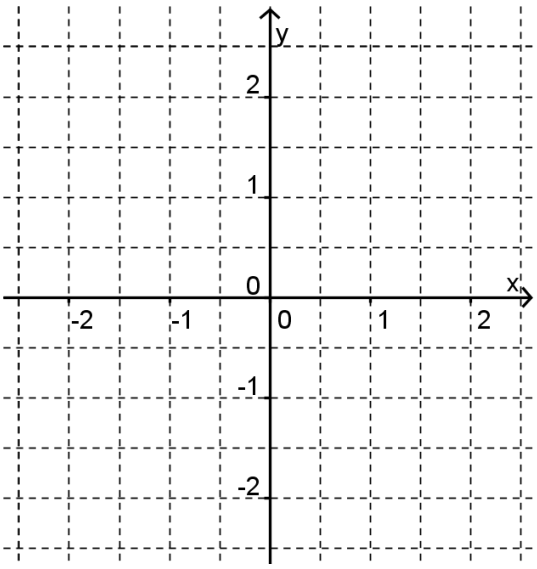
$x =$	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$y = f(x) =$									

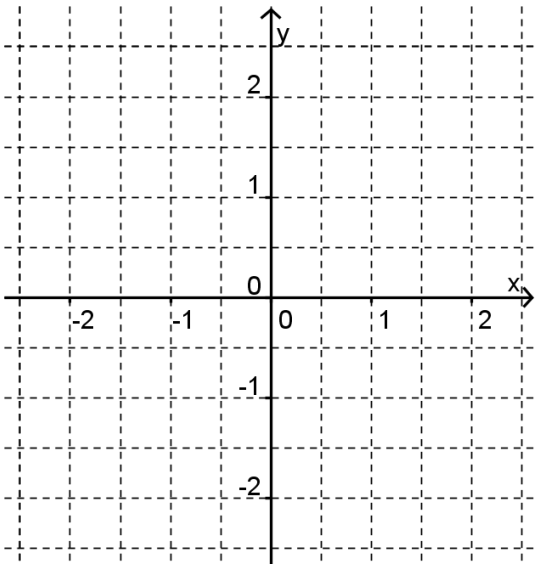
$x =$	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$y = f(x) =$									

Der Wurzelexponent ist ungerade: $y = f(x) = \sqrt[3]{x}$ und $y = f(x) = \sqrt[5]{x}$

$x =$	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$y = f(x) =$									

$x =$	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$y = f(x) =$									





Feststellungen:

4. **Potenzen mit rationalen Exponenten**

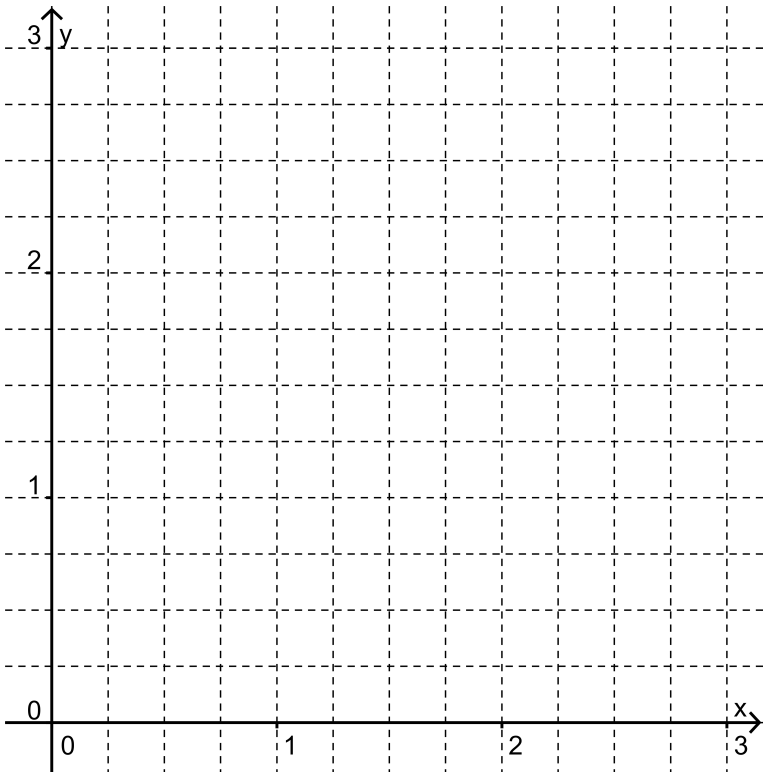
Wir betrachten $y = x^{\frac{2}{3}}$, $y = x^{\frac{3}{2}}$, $y = x^{-\frac{2}{3}}$ und $y = x^{-\frac{3}{2}}$

$x =$	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
$y =$									

$x =$	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
$y =$									

$x =$	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
$y = f(x) =$									

$x =$	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
$y = f(x) =$									



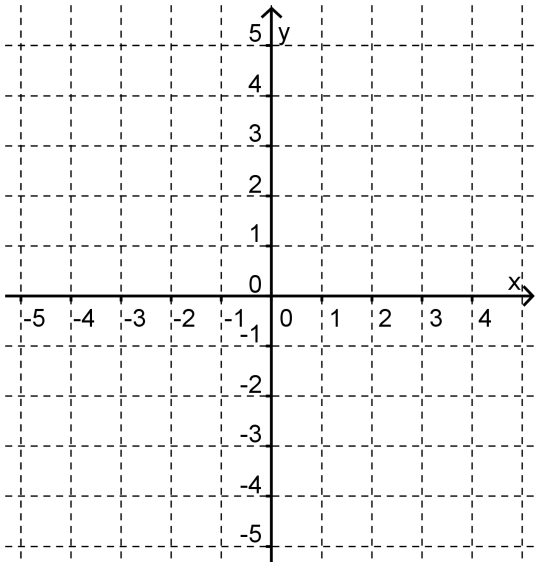
Feststellungen:

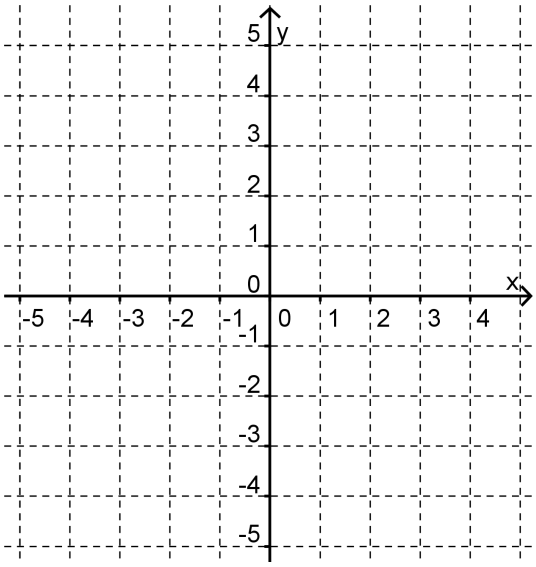
5. **Strecken, Schieben und Spiegeln von Funktionsgraphen**
$y = \sqrt{x} + 2$, $y = \sqrt{x+2}$, $y = 2 \cdot \sqrt{x}$

$x =$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y =$									

$x =$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y =$									

$x =$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = f(x) =$									





Lernkontrolle

Skizziere die Graphen der vier Funktionen

$$y = \frac{1}{x^2}, \qquad y = \frac{1}{x^2} - 3, \qquad y = \frac{1}{(x-3)^2}, \qquad y = \frac{-3}{x^2}.$$

Welche Abbildungen hat man zwischen der ersten Funktion und den restlichen?

3.2. Anwendungen

1. **Funktionsgleichung bestimmen**
   Eine Potenzfunktion $y = f(x) = x^n$ geht durch den Punkt $P(\,2\,|\,8\,)$.
   Bestimme ihre Funktionsgleichung.

2. **Parameter gesucht**
   Bestimme t so, dass $y = t \cdot x^{-3}$ durch $(\,2\,|\,4\,)$ geht.

3. **Kurve schieben**
   Um wie viel muss man den Graphen der Funktion $y = f(x) = \sqrt{x}$ nach oben/unten und rechts/links schieben, damit die neue Funktionskurve durch $(\,2\,|\,5\,)$ und $(\,12\,|\,7\,)$ geht? Wie lautet die neue Funktionsgleichung?

4. **Volumen**
   Die Volumenformel für die Kugel lautet $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^2$.
   Welche Dichte hat eine Vollkugel, wenn ihr Radius $r = 5\,\text{cm}$ beträgt und sie $500\,\text{g}$ wiegt? Würde die Kugel schwimmen?

5. **Gravitation**

Nach Newton ist die Gravitationskraft zweier Körper umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes (der beiden Massenmittelpunkte).

a) Welche Potenzfunktion beschreibt folglich die Gravitationskraft?

b) Der passende Funktionsgraph soll durch $(r \mid F) = (2 \mid 5)$ gehen.
Welche Funktionsgleichung erhalten wir?

Freiwillige Übung

Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = x^3$ und der Punkt $P(4 \mid 8)$.

a) Um wie viele Einheiten muss man den Funktionsgraphen von $y = f(x) = x^3$ parallel zur x-Achse (nach rechts oder links?) schieben, damit er durch P geht?

b) Um wie viele Einheiten muss man den Funktionsgraphen von $y = f(x) = x^3$ parallel zur y-Achse (nach oben oder unten?) schieben, damit er durch P geht?

c) Mit welchem Faktor k muss man den Graphen von $y = f(x) = x^3$ (von der x-Achse aus) strecken, damit $y = k \cdot x^3$ durch P geht?