

4. **Bemerkung**

Es ist naheliegend, festzulegen, dass alle Potenzgesetze auch für rationale Exponenten gelten. Das beweisen wir aber nicht.

Zusätzlich gilt: $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$ und somit $\frac{1}{\sqrt[n]{x}} = x^{-\frac{1}{n}}$.

Im Ausdruck $\sqrt[n]{x}$ heisst n auch **Wurzelexponent**.

5. **Potenzgesetze anwenden**

Schreibe als Potenz:

a) $\sqrt[5]{a^2} = \dots\dots\dots$

b) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[5]{a} = \dots\dots\dots$

c) $\sqrt[5]{\sqrt{a}} = \dots\dots\dots$

d) $\frac{5}{\sqrt[5]{a^2}} = \dots\dots\dots$

e) $\sqrt[5]{a} \cdot \sqrt[5]{b} = \dots\dots\dots$

6. **Musterbeispiele**

Forme die Ausdrücke um. Suche, wenn sinnvoll, mehrere Möglichkeiten.

a) $\sqrt[5]{s^3} = \dots\dots\dots$

b) $m^{\frac{3}{4}} = \dots\dots\dots$

c) $\frac{1}{\sqrt{x}} = \dots\dots\dots$

d) $t^{-\frac{1}{5}} = \dots\dots\dots$

e) $h^{-\frac{5}{4}} = \dots\dots\dots$

f) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a} = \dots\dots\dots$

g) $\sqrt[5]{m} \cdot \sqrt[5]{n} = \dots\dots\dots$

h) $(\sqrt[4]{m})^6 = \dots\dots\dots$

i) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x}} = \dots\dots\dots$

j) $(\sqrt[3]{a})^{-9} = \dots\dots\dots$

k) $\sqrt[5]{y^4} : y^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[4]{y^3} = \dots\dots\dots$

7. Potenzen mit reellen Exponenten

Es ist naheliegend, festzulegen, dass alle Potenzgesetze weiter gelten, wenn die Exponenten reelle Zahlen sind.

Allerdings kann man einen Ausdruck wie $x^{\sqrt{3}}$ nicht mehr einfach erklären.

8. Beispiele

a) $(a^{\sqrt{2}})^{\sqrt{18}} = \dots\dots\dots$

b) $a^{\sqrt{2}} \cdot a^{\sqrt{18}} = \dots\dots\dots$

Lernkontrolle

Vereinfache oder schreibe auf verschiedene Arten:

a) $\frac{3}{\sqrt[3]{a}} =$

b) $\sqrt[5]{m^{-3}} =$

c) $\frac{a}{\sqrt[3]{a^4}} =$

d) $\sqrt[12]{a} \cdot \sqrt[6]{a} =$

e) $(\sqrt[4]{a} : \sqrt[5]{a}) : \sqrt[8]{a} =$

f) $\sqrt[4]{a^5} \cdot a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[6]{a^5} =$

2.2. Gleichungen

1. Bemerkung

Die (beispielsweise) vierte Wurzel aus einer negativen Zahl ist nicht definiert, die dritte Wurzel hingegen schon. Bei Ausdrücken der Art $\sqrt[w]{x^n}$ wird es ziemlich mühsam. Deshalb legen wir fest, dass für alle Radikanden nur positive Werte zugelassen sind.

2. Gleichungen mit unbekannter Basis

a) $\sqrt[3]{x} = 6$

b) $\frac{2}{\sqrt[5]{x}} = \frac{5}{\sqrt[3]{x}}$



3. Exponentialgleichungen

a) $32 = 4^x$

b) $3^{2x+1} = 81$

c) $5^x = \frac{1}{\sqrt[5]{5}}$



4. **Zwei Beispiele, die relativ ähnlich aussehen**

a) $4 \cdot 2^x \cdot 32 = 4^x$

b) $4 \cdot 2^x + 32 = 4^x$

5. **Anwendung**

Das Verhältnis der Oberflächen zweier Würfel beträgt 3 : 4.

Berechne das Verhältnis ihrer Seitenkanten sowie das Verhältnis ihrer Volumen.

**Übungen für Schnellrechner**

Löse die Gleichungen

a) $x^4 = (\sqrt{5})^3$

b) $\frac{x}{\sqrt[3]{x}} = \frac{6}{\sqrt[6]{x}}$

c) $3^{\sqrt{2}} = 9^{x+1}$

d) $16^x \cdot 2^4 = 2^x$

e) $16^x + 2^4 = 10 \cdot 4^x$