

5. Logarithmen

Übungen

1) Berechne die Logarithmen

$$\text{a) } \log_5(125) = \quad \text{b) } \log_2\left(\frac{1}{8}\right) = \quad \text{c) } \log_2(8^6) = \quad \text{d) } \log_3(\sqrt[3]{3}) =$$

2) Natürliche Logarithmen

$$\text{a) } \ln(e^2) = \quad \text{b) } \ln(\sqrt{e}) = \quad \text{c) } e^{\ln(x+1)} = \quad \text{d) } \ln(-e) =$$

3) Logarithmus-Gesetze

Zerlege mit Hilfe der Logarithmusgesetze: $\log_5\left(\frac{x^3 \cdot y}{25^5 \sqrt{z}}\right) =$

4) Logarithmen zusammenfassen

Schreibe als einen Logarithmus (und vereinfache, wenn möglich)

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{1}{3} \cdot \log_4(8 \cdot b^3) + 4 \log_4 b = & \text{b) } \log_7 b + 3 \cdot \log_7 c - 2 \cdot \log_7(b \cdot c^2) = \\ \text{c) } \log_3(3x+1) - \frac{1}{2} \cdot \log_3(9x^2 - 1) = & \text{d) } \frac{1}{2} \cdot \log_2 a^{2n} - (n+2) \cdot \log_2 a = \end{array}$$

5) Löse die Exponentialgleichungen

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 1 \cdot 0.2^x = 2 & \text{b) } 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n = \frac{99}{100} \\ \text{c) } 28 = 20 \cdot \frac{1 - 0.3^x}{1 - 0.3} & \text{d) } 60 - 5^x = 20 + 5^x \\ \text{e) } 2 \cdot 3^x = 6 \cdot 7^x & \text{f) } 3 \cdot 5^x = 7 \cdot 2^{x+2} \\ \text{g) } 2 \cdot 3^{2x-1} = 6 \cdot 7^{x+3} & \text{h) } 9^x + 3^x = 20 \end{array}$$

6) Gleichungen mit Logarithmen

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 3 + \log_2(x+3) = 7 & \text{b) } \ln(4x) = 3 \\ \text{c) } \log(x+4) + \log 3 = \log x & \text{d) } \log_{10}(x) + \log_{10}(x-1) = \log_{10}(x+3) \\ \text{e) } \log(x+5) - \log x = \log(x-1) & \text{f) } \log_2(2x+1) - \frac{1}{2} \cdot \log_2(4x^2 - 1) = 1 \end{array}$$

7) Zinseszins

- Ein Kapital wächst in 5 Jahren von 10'000.– auf 12'000.– an. Berechne den Zinsfuß.
- Ein Kapital von 12345.– wird während 6 Jahren zu 4.25 % angelegt. Berechne das Endkapital.
- Ein Kapital von 10'000.– wird zu 3.75 % angelegt. Wie lange dauert es, bis es auf 12'000.– angewachsen ist?

8) Bakterienkultur

Eine Bakterienkultur hat beim Start eines Experiments 20'000 Individuen. Die Zunahme betrage 18 % pro Tag. Eine zweite Bakterienkultur habe beim Start des Experiments 10'000 Individuen. Die Zunahme betrage aber 25 % pro Tag.

Nach wie vielen Tagen hat es bei beiden Experimenten gleich viele Individuen?

9) Radioaktivität

Die Intensität eines radioaktiven Elementes betrage zu Beginn der Messungen 12'400 Einheiten. Nach 3 Tagen sind es noch 8'600 Einheiten.

- a) Wieviel beträgt die prozentuale Abnahme pro Tag?
- b) Berechne die Halbwertszeit.
- c) Wie lange muss man warten, bis die Intensität unter 100 Einheiten absinkt?

10) Logarithmus-Kurve

Zeichne die Funktionskurve $y = \log(x)$ in ein Koordinatensystem ein.