

3. Potenzfunktionen

3.1. Graphen von Potenzfunktionen

1) Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten

Gerade Exponenten: $y = f(x) = x^2$ und $y = f(x) = x^4$

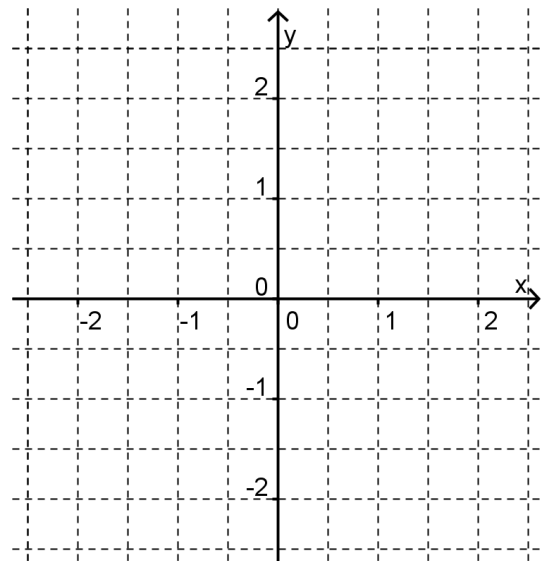
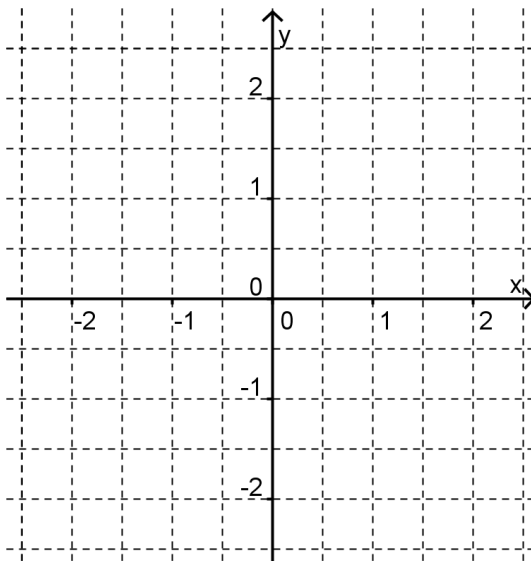
x =	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y =									

x =	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y =									

Ungerade Exponenten: $y = f(x) = x^3$ und $y = f(x) = x^5$

x =	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y =									

x =	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y =									



Feststellungen:

.....

.....

.....

.....

.....

2) Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

Gerade Exponenten: $y = f(x) = x^{-2}$ und $y = f(x) = x^{-4}$

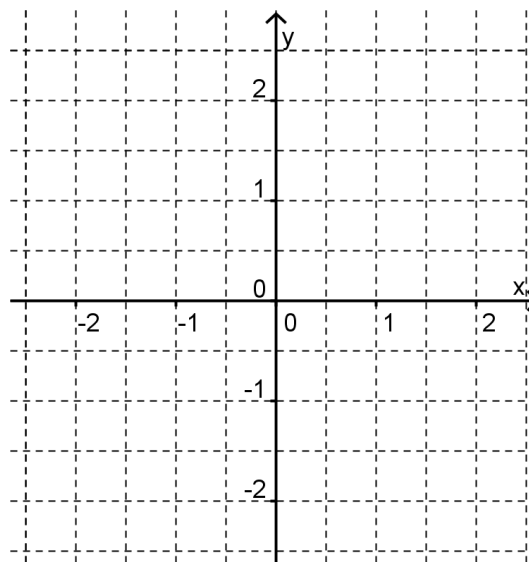
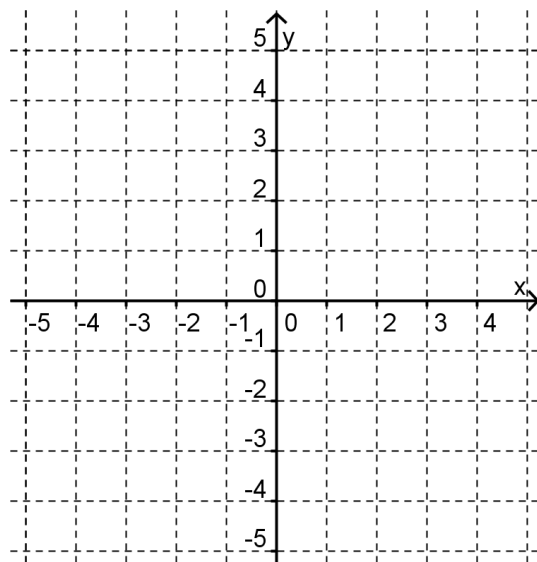
x =	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y =									

x =	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y =									

Ungerade Exponenten: $y = f(x) = x^{-1}$ und $y = f(x) = x^{-3}$

x =	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y =									

x =	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y =									



Feststellungen:

.....

.....

.....

.....

.....

3) "Reine" Wurzelfunktionen

Wurzelexponent gerade: $y = f(x) = \sqrt{x}$ und $y = f(x) = \sqrt[4]{x}$

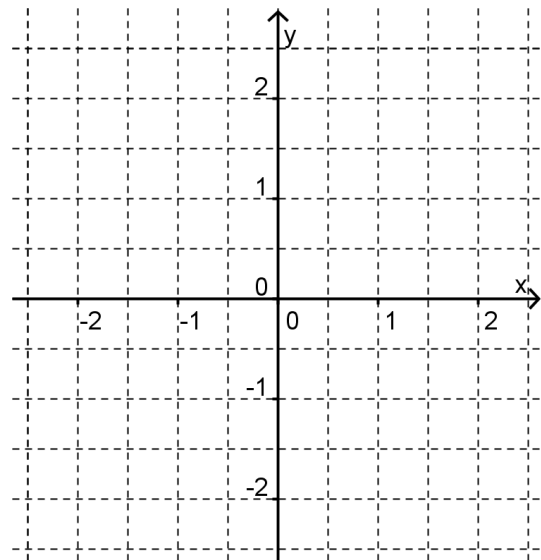
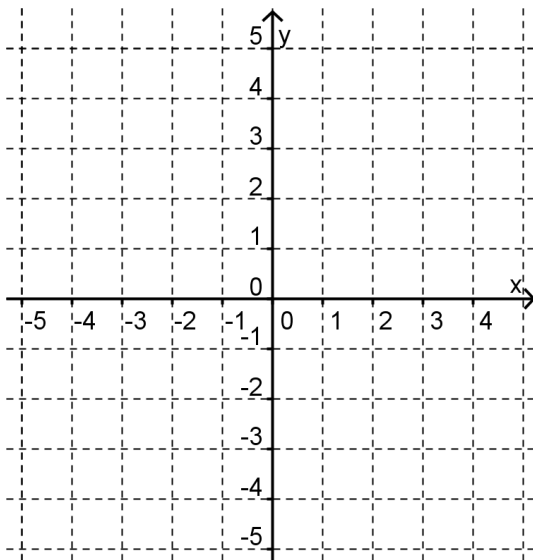
x =	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y =									

x =	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y =									

Wurzelexponent ungerade: $y = f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ und $y = f(x) = \sqrt[5]{x} = x^{\frac{1}{5}}$

x =	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y =									

x =	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y =									



Feststellungen:

.....

.....

.....

.....

.....

4) Potenzen mit rationalen Exponenten

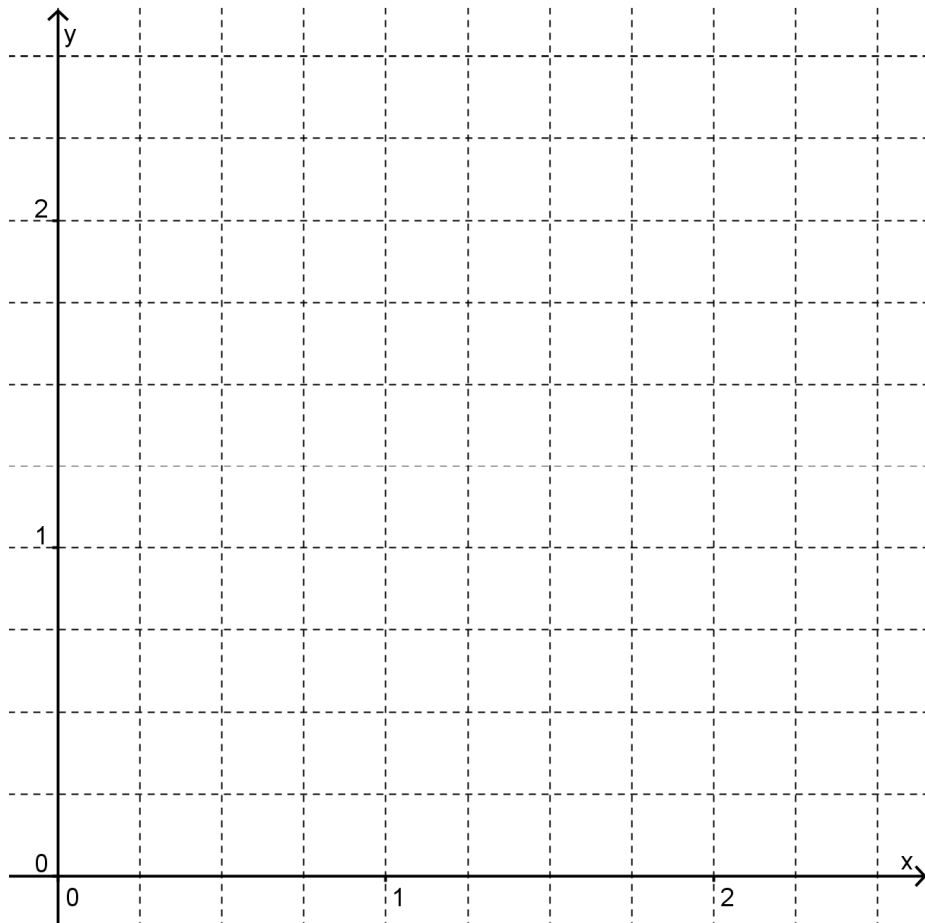
Wir betrachten die Funktionen $y = x^{\frac{2}{3}}$, $y = x^{\frac{3}{2}}$, $y = x^{-\frac{2}{3}}$ und $y = x^{-\frac{3}{2}}$.

x =	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
y =									

x =	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
y =									

x =	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
y =									

x =	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
y =									



Feststellungen:

.....

.....

.....

.....

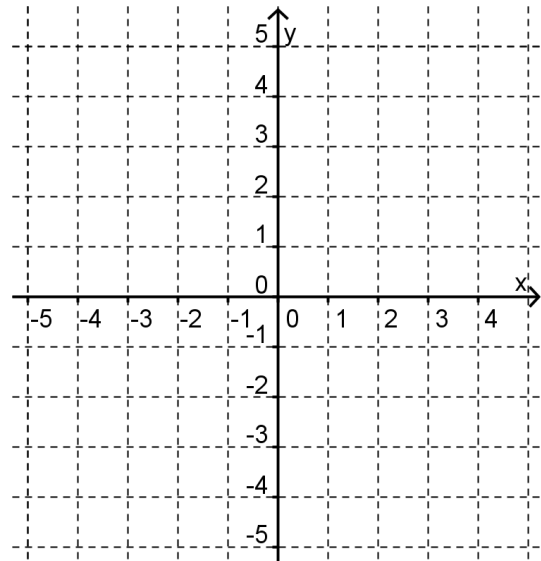
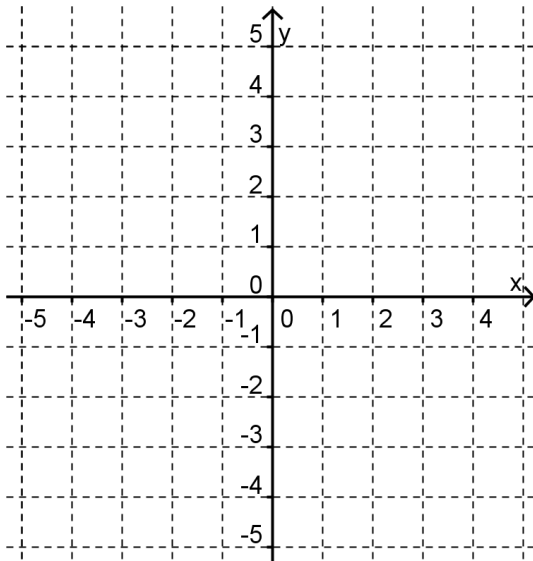
.....

5) Strecken, Schieben und Spiegeln von Funktionsgraphen

$$y = \sqrt{x} + 2, \quad y = \sqrt{x+2}, \quad y = 2 \cdot \sqrt{x}$$

x =									
y =									

x =									
y =									



6) Freiwillige Übung

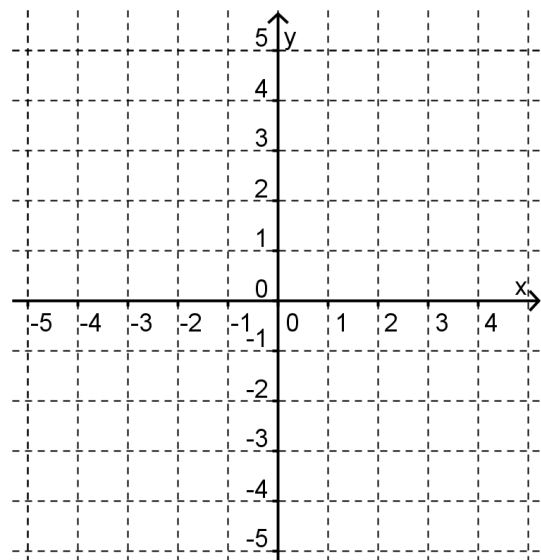
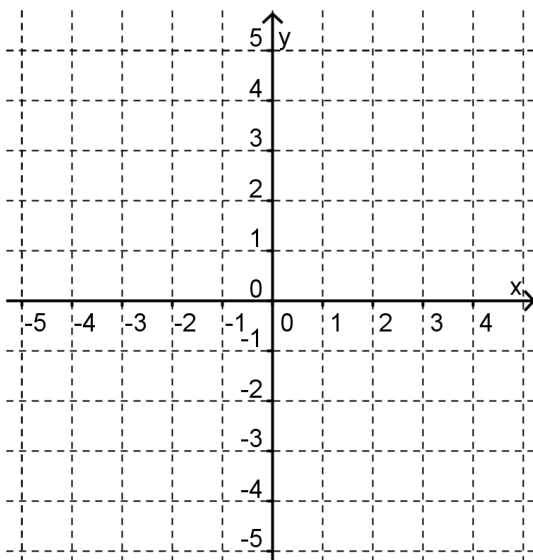
Skizziere die Funktionen

a) $y = \frac{1}{x^2}$

b) $y = \frac{1}{x^2} - 3$

c) $y = \frac{1}{x^2 - 3}$

d) $y = \frac{-3}{x^2}$



3.2. Anwendungen

1) Funktionsgleichung bestimmen

Eine "reine" Potenzfunktion geht durch den Punkt $P(2 | 8)$.

Bestimme ihre Funktionsgleichung

2) Parameter gesucht

Bestimme t so, dass $y = t \cdot x^{-3}$ durch $(2 | 4)$ geht.

3) Kurve schieben

Um wie viel muss man den Graphen der Funktion $y = f(x) = \sqrt{x}$ nach oben/unten und rechts/links schieben, damit die Funktionskurve durch $(2 | 5)$ und $(12 | 7)$ geht?

4) Volumen

Die Volumenformel für die Kugel lautet $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$

Welche Dichte hat eine Vollkugel, wenn ihr Radius $r = 5$ cm beträgt und sie 500 g wiegt.

Würde die Kugel schwimmen?

5) Gravitation

Nach Newton ist die Gravitationskraft zweier Körper umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes (der beiden Massenmittelpunkte).

a) Welche Potenzfunktion beschreibt folglich die Gravitationskraft?

b) Der passende Funktionsgraph soll durch $(r | F) = (2 | 5)$ gehen.

Welche Funktionsgleichung erhalten wir?

6) Freiwillige Übung

Wir starten mit der Funktion $y = f(x) = x^3$ und dem Punkt $P(4 | 8)$

a) Um wie viele Einheiten muss man den Funktionsgraphen von $y = f(x) = x^3$ parallel zur x -Achse (nach rechts oder links?) schieben, damit er durch P geht?

b) Um wie viele Einheiten muss man den Funktionsgraphen von $y = f(x) = x^3$ parallel zur y -Achse (nach oben oder unten?) schieben, damit er durch P geht?

c) Um welchen Faktor muss man den Funktionsgraphen von $y = f(x) = x^3$ strecken, damit der Funktionsgraph von $y = f(x) = k \cdot x^3$ durch P geht?