

6. Faktorisieren

6.1. Ausklammern

1) Beispiel

Bisher lautete die Aufgabe: $3x \cdot (x^2 - 4x + 7) = \dots\dots\dots$
 Jetzt ist die umgekehrte Richtung gefragt.

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

2) Beispiel

Faktorisiere $3x^2 + 6x = \dots\dots\dots$

Suche verschiedene Möglichkeiten: $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

3) Rechenregel

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

4) Musterbeispiele

a) $4ax + 6ay = \dots\dots\dots$

b) $5x^3y + 25x^2y^2 = \dots\dots\dots$

c) $3ax + 9bx + 27cx = \dots\dots\dots$

d) $10x^3 - 5x^2 = \dots\dots\dots$

e) $8x^2y^3 - 64xy^4 + 32x^3y = \dots\dots\dots$

5) Koeffizienten und Vorzeichen

a) Klammere -3 aus: $6x - 9y + z = \dots\dots\dots$

b) Klammere -2 aus: $8a + 3b - 2c + d = \dots\dots\dots$

c) Klammere $\frac{1}{4}$ aus: $\frac{1}{2}a + b - 3c = \dots\dots\dots$

Kontrolle: $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

6) Freiwillige Übung

a) Klammere möglichst viel aus. $3a^3 + 9a^9 + 18a^{18} =$

b) Ebenso. $12x^3y + 10x^2y^4 =$

c) Aus einer Prüfung. $28x^{14}y^{28} - 70x^{70}y^{14} + 56x^{56}y^{56} =$

d) Klammere -2 aus. $8p - q + 5r - \frac{1}{3}s =$

e) Klammere -3 aus. $6a - 2b + \frac{1}{3}c - \frac{9}{10}d =$

6.2. Ausklammern in Teilsummen

1) Ausklammern in Teilsummen

Wir wollen $a \cdot x + b \cdot x + a \cdot y + b \cdot y$ faktorisieren. Das machen wir in zwei Schritten:

.....

.....

.....

2) Musterbeispiele

a) $a \cdot x + 2 \cdot b \cdot x + 3 \cdot a \cdot y + 6 \cdot b \cdot y =$

.....

b) $x^3 - 3x^2 + 6x - 18 =$

.....

.....

c) $4 \cdot (x - 3y) + (2 + x) \cdot (x - 3y) =$

.....

d) $m \cdot n - m - n + 1 =$

.....

e) $24 \cdot p \cdot f - 39 \cdot p - 16 \cdot q \cdot f + 26 \cdot q =$

.....

3) Rechenregel

.....

.....

.....

.....

4) Ausklammern in mehreren Schritten

a) $4 \cdot a \cdot m \cdot p + 4 \cdot a \cdot m \cdot q + 4 \cdot a \cdot n \cdot p + 4 \cdot a \cdot n \cdot q =$

.....

b) $2x^7 - 4x^6 + 6x^5 - 12x^4 =$

.....

c) $8x^2y^3 - 16x^3y^2 - 3x^3y + 6x^4 =$

.....

.....

5) Lösungsvarianten

.....
.....
.....

6) Beispiele mit 6 Monomen

a) Faktorisiere $a \cdot x + 2 \cdot a \cdot y - 3 \cdot a \cdot z + 2 \cdot b \cdot x + 4 \cdot b \cdot y - 6 \cdot b \cdot z =$

.....
.....

b) Faktorisiere $x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5x + 15 =$

.....
.....

7) Freiwillige Übung

Faktorisiere vollständig.

a) $ab + 2ac + 4bc + 8c^2 =$

b) $4a^2 - 6ab + 10a - 15b =$

c) $2ab - 6ad - bc + 3cd =$

d) $x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 4x =$

e) $4x^6 + 16x^4 - 24x^3 - 96x =$

f) $96a^2b^2 - 64a^2b - 24ab^2 + 16ab =$

g) $m^5 + m^4 + 3m^3 - 4m^2 - 4m - 12 =$

h) $5x^8 - 10x^7 + 25x^6 + 25x^4 - 50x^3 + 125x^2 =$

6.3. Faktorisieren von Trinomen

1) Beispiel

Zur Erinnerung: $(x + 2)(x + 3) = \dots$

.....

Jetzt ist die ausmultiplizierte Version gegeben. Zunächst probieren wir ein wenig:

a) $x^2 + 13x + 36 = \dots$

b) $x^2 - 7x + 6 = \dots$

c) $a^2 - 3a - 40 = \dots$

d) $m^2 + 16m + 48 = \dots$

2) Vorgehen mit System

a) $x^2 + 5x + 6 = \dots$

.....

b) $x^2 - 5x + 6 = \dots$

.....

c) $x^2 + 5x - 6 = \dots$

.....

d) $x^2 - 5x - 6 = \dots$

.....

3) Rechenregel

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) Formeln

a) $a^2 - 6a + 9 = \dots$

.....

b) $4x^2 - 9 = \dots$

.....

Wir halten fest:

.....

.....

5) Beispiele und Übungen

a) $a^2 - 2a - 15 =$

b) $m^2 - 4m + 4 =$

c) $7t^3 - 7t^2 - 14t =$

d) $a^2 + 6 \cdot a \cdot b + 8 \cdot b^2 =$

e) $3 \cdot x^6 \cdot y \cdot z + 21 \cdot x^5 \cdot y^2 \cdot z + 30 \cdot x^4 \cdot y^3 \cdot z =$

f) $m^2 + 16 =$

g) $x^2 + 8x + 36 =$

6) Freiwillige Übung

a) $a^2 - 4a + 4 =$

b) $a^2 - 4a - 5 =$

c) $a^2 - 4 =$

d) $a^2 - 4a =$

e) $2x^2y - 18y^3 =$

f) $20d^5 - 45d^3 =$

g) $x^2 - 2x - 48 =$

h) $x^2 - 8x - 48 =$

i) $x^2 + 13x - 48 =$

j) $x^2 - 19x + 48 =$

k) $x^2 + 26x + 48 =$

l) $7x^9 - 21x^8 - 28x^7 + 84x^6 =$

m) $2x^5y^3 - 8x^4y^4 - 50x^3y^3 + 200x^2y^4 =$

n) $3x^7 - 9x^6 - 30x^5 + 18x^3 - 54x^2 - 180x =$