

5. Gleichungen II

5.1. Technik im Lösen von Gleichungen

1) Beispiele

a) $2(4 - x) + 7 = 3x - 3(4 - 2x)$

b) $(x + 3)(x - 4) = (x + 4)(x + 1)$

c) $\frac{2}{3}(x - 5) + 1 = \frac{1}{6} - \frac{1}{2}(x - 3)$

2) Umformungsregel

.....

3) Musterbeispiele

a) $(x - 4)(x - 6) = (x + 1)(x + 3)$

b) $(x - 4)(x - 6) = 0$

.....

4) Satz

.....

5) Beispiele

a) $(x - 5)(x + 6)(2x - 7) = 0$

b) $4x(x + 3)(4x + 9) = 0$

6) Freiwillige Übung

Bestimme die Lösungsmenge

a) $(x - 7)^2 = (x + 5)(x - 1)$

b) $(x + 5)(x - 3) - (x + 8)(x - 6) = 0$

c) $(x + 5)(x - 3)(x + 8)(x - 6) = 0$

d) $4(3x - 7)(2x - 5) = 0$

e) $4(3x - 7) + (2x - 5) = 0$

5.2. Anwendungen

1) Ungleichungen

a) $3x - 4 < x + 2$

.....

b) $2x + 5 \geq 5x - 7$

.....

c) $\frac{2}{5}x - \frac{1}{2} > \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$

.....

2) Umformungsregel

.....

Begründungen

$3 < 5$ ist korrekt. Wenn man die Seiten tauscht, dann wird diese Ungleichung zu $5 > 3$.

$3 < 5$ ist korrekt. Wenn man mit -2 multipliziert, erhält man $-6 > -10$.

3) Gleichung mit Absolutbetrag

Löse $|3x - 5| = 6$

.....

4) Musterbeispiele

a) $|2x - 1| = 7 + x$

.....

b) $5 + |2x + 3| = x$

.....

5) Textaufgaben

- a) Vier aufeinander folgende ungerade Zahlen haben die Summe 88. Wie lauten die Zahlen?
 - b) Ein Vater ist heute 36-jährig, der Sohn ist 8 und die Tochter 7 Jahre alt. Wann ist der Vater gerade so alt wie seine beiden Kinder zusammen?
 - c) Martina verteilt in der Pause Smarties an sich und ihre Freundinnen. Eigentlich würde es pro Person 21 Smarties geben, aber weil eine Freundin krank ist, erhält jede sogar 24 Smarties. Wie viele Freundinnen sind in der Pause anwesend?
 - d) Auf einem Bauernhof hat es Hasen und Hühner. Es sind 37 Tiere mit 122 Beinen. Wie viele Hasen und wie viele Hühner sind es?
 - e) An einem Konzert werden total 300 Billette zu 14.– für Erwachsene und 10.– für Kinder und Jugendliche verkauft. Aus beiden Billettsorten wird je gleich viel eingenommen. Wie viele Erwachsene besuchten das Konzert?
 - f) Zwei Körper bewegen sich auf einer kreisförmigen Bahn mit den Winkelgeschwindigkeiten von 22° resp 13° pro Sekunde. Der langsamere Körper hat zunächst einen Vorsprung von 135° . Wann holt der schnellere den langsameren ein? Und wie viele Sekunden später überrundet der schnellere Körper den langsameren?
 - g) Wie viele Minuten nach 12 Uhr bilden die Zeiger einer Uhr zum ersten Mal einen rechten Winkel?
 - h) Zwei Orte A und B liegen 162 km auseinander. Von A fährt ein Radfahrer gegen B mit 22 km/h. Eine Stunde später fährt in B ein zweiter Radfahrer gegen A ab mit 18 km/h. Wann treffen sie sich und wie weit sind sie dann von A entfernt?
-

6) Freiwillige Übung

- a) $(x + 6)(2x - 5) < (2x + 1)(x - 4)$
- b) $|x - 3| = 3x + 7$
- c) Etwa um 16:43 h bilden die Zeiger einer Uhr einen Winkel von 120° .
Berechne diese Zeit auf Hundertstelsekunden genau.

7) Freiwillige Übung

Diese Aufgabe stammt aus einer früheren Prüfung

Von vier Geschwistern weiss man: Im Jahre 2015 war Anna 3, Benno 6, Carlo 8 und Daniela 12 Jahre alt. In ein paar Jahren gilt folgendes: Wenn man das Alter der beiden Mädchen multipliziert, dann erhält man 1 weniger als wenn man das Alter der beiden Knaben multipliziert. Bestimme, in welchem Jahr das der Fall sein wird und berechne, wie alt die vier Geschwister dann sind.