

## 3. Gleichungen I

### 3.1. Lösungstechniken

#### 1) Beispiele

a)  $3x - 5 = 13$

.....

b)  $4x + 12 = 27$

.....

#### 2) Was heisst Lösen einer Gleichung?

.....

.....

.....

#### 3) Gleichgewicht

Betrachte die Waage in der Figur rechts:  
Wir wissen, dass eine helle Kugel 3 g wiegt.  
Wie schwer ist eine dunkle Kugel?

Mathematisch gesehen betrachten wir die Gleichung  
 $2x + 3 = 15$ , wobei  $x$  das gesuchte Gewicht ist.

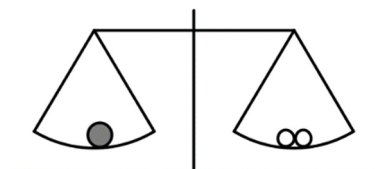
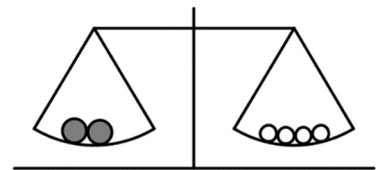
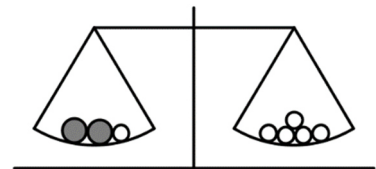
Wir vereinfachen nun diese Gleichung Schritt für Schritt:  
Zunächst nehmen wir aus beiden Waagschalen eine helle Kugel weg. Dann sieht die Situation wie in der zweiten Figur dargestellt aus.

Algebraisch erreichen wir das, indem wir auf beiden Seiten der Gleichung 3 subtrahieren. Das ergibt der Reihe nach:  
 $2x + 3 - 3 = 15 - 3$ , und vereinfacht:  $2x = 12$ .

In einem zweiten Schritt halbieren wir das Gewicht in beiden Waagschalen.

Algebraisch dividieren wir beide Seiten der Gleichung durch 2 und erhalten  
 $x = 6$ .

Somit wiegt eine dunkle Kugel 6 g.



#### 4) Erster Lösungsschritt

$5x = 12$

.....

Wir dividieren beide Seiten der Gleichung.

.....

Diesen Schritt führen wir aus, wenn .....

.....

#### 5) Zweiter Lösungsschritt

$x + 8 = 14$

.....

Wir subtrahieren auf beiden Seiten.

.....

So erreichen wir, dass .....

.....

**6) Umformungsregeln**

.....

.....

.....

.....

.....

**7) Beide Lösungsschritte**

Jetzt verfeinern wir die Technik, indem wir gezielt beide Lösungsschritte anwenden.

a)  $3 + 4x = 5$

.....

.....

b)  $5x - 8 = 1$

.....

.....

c)  $5 + 4x = -3$

.....

.....

d)  $3 = -5 + 6x$

.....

.....

e)  $4 + 3x = 12 + x$

.....

.....

f)  $2x + 5 = 3 - 4x$

.....

.....

g)  $4x - 7 + 2x = x - 3$

.....

.....

.....

.....

**8) Umformungsregel**

.....

.....

.....

**9) Übungen**

Löse die Gleichungen

- a)  $13x - 12 = 11x - 8$   
 b)  $4x - 8 + x - 6 = 3x + 2 - 5x - 13$   
 c)  $6x - (5 + 4x) = 3 - (2x - 1)$   
 d)  $3 - [2x - (5 + x) - 1] = x$   
 e)  $0 = 3x - 2 - (4 - 3x)$   
 f)  $3 - x + 4 = 5x + 7 - 2x$

**10) Verfeinern der Technik (Tipps und Tricks)**

a)  $3x + 47 = 6 + x + 47$

.....  
 .....

b)  $2x + 32 + x = 5 + 2x - 8$

.....  
 .....

c)  $17x + 234 - x - 234 = 17x + 1$

.....  
 .....

**11) Brüche**

a)  $\frac{2}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

b)  $\frac{1}{5} + \frac{x}{4} = \frac{1}{3}$

c)  $\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3}x + \frac{3}{4}\right) = \frac{x}{2} - \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6}x\right)$

**12) Freiwillige Übung**

a)  $3x + 2 - 4x + 5 = 6x - 7 + 3x - 12$

b)  $34 - 6x + 122 - 4x - 34 = 6x - 3 - x + 122$

c)  $5x - (3 - x) = 2x + 4$

d)  $3x - (4 + 5x) = 6 - (7x + 8)$

e)  $6x - (5 + 2x) = 4 - (3x - 7)$

f)  $\frac{x}{2} - \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{3}x\right) = 2 - \left[\left(\frac{5}{6}x - \frac{4}{3}\right) - x + \frac{1}{6}\right]$

g)  $\frac{1}{2}x - \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3}x\right) = \frac{3}{4}x - \frac{3}{10}$

### 3.2. Sonderfälle

#### 1) Beispiele

a)  $4x + 3 - (2x + 1) = x - (5 - x)$

.....  
 .....

b)  $3x + 5 - x = 7 + 2x - 2$

.....  
 .....

#### 2) Satz

.....  
 .....

#### 3) Satz

.....  
 .....

#### 4) Musterbeispiele

a)  $12 - 5x - (3 - 2x) = 17 - 3x$

.....  
 .....

b)  $x + 4 - 8x = 5 - (7x + 1)$

.....  
 .....

c)  $17 - (2x - 8) = 2x + 25$

.....  
 .....

#### 5) Freiwillige Übung

a)  $56 + x - 22 + 4x = 56 + 5x + 22$

b)  $5x - (3 + 8x) = 7 - (3x + 4)$

c)  $4x + 3 - (6 - 5x) = 3x + (5 + 6x) - 8$

d)  $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{5}x - \frac{2}{3}\right) - \frac{3}{10}x = 1$

### 3.3. Anwendungen (Textaufgaben)

#### 1) Beispiel

Wenn man eine Zahl verdreifacht und das Ergebnis um 9 verkleinert, erhält man gleich viel wie wenn man die ursprüngliche Zahl verdoppelt und das Resultat um 4 vergrößert. Wie lautet die Zahl?

Wir entscheiden, wie wir die gesuchte Zahl benennen: .....

Dann entnehmen wir aus dem Text eine Gleichung: .....

Diese Gleichung lösen wir auf: .....

.....

Wir erhalten: .....

#### 2) Schema für Textaufgaben

1. ....

2. ....

3. ....

4. ....

5. ....

6. ....

#### 3) Beispiel

Zwei Zahlen unterscheiden sich um 17. Ihre Summe beträgt 100. Wie lauten die Zahlen?

#### 4) Beispiel

Martins Mutter ist genau dreimal so alt wie Martin. Zusammen sind sie 48 Jahre alt.

Wie alt ist die Mutter?

#### 5) Freiwillige Übung

a) Welche Zahl ist um 5 kleiner als ihr Fünffaches?

b) Wenn man das Dreifache einer Zahl von 32 subtrahiert, erhält man gleich viel, wie wenn man das Doppelte der Zahl zu 23 addiert. Welche Zahl ist es?

c) Von zwei Zahlen weiss man: Die grössere ist um 7 kleiner als das Dreifache der kleineren Zahl. Wenn man die Zahlen addiert, erhält man 49. Bestimme die grössere der beiden Zahlen.

d) Martinas Mutter ist genau sechs Mal so alt wie Martina. Martina ist 25 Jahre jünger als die Mutter. Wie alt sind die beiden?

e) Carlo ist zwei Jahre älter als seine Schwester. In drei Jahren werden sie zusammen 30 Jahre alt sein. Wie alt sind die beiden heute?