

Polynome

1. Variablen und Terme

1.1. Begriffe

1) Beispiel

Ein Rechteck ist 5 cm breit und 3 cm hoch. Dann beträgt seine Fläche und der Umfang misst

Wir verallgemeinern und nennen die Breite b , die Höhe h .

Fläche

Umfang

Durch diese Verallgemeinerung haben wir zwei Formeln erhalten, welche Fläche und Umfang des Rechtecks beschreiben. Die Formeln sind abhängig von der Breite b und der Höhe h des Rechtecks.

In der Algebra werden wir also mit Formeln und Buchstaben rechnen.

Die Algebra ist die "Grammatik" der Mathematik.

2) Definition

.....

3) Beispiele

Als Variablennamen verwenden wir:

Buchstaben

auch mit Indizes (Singular: Index)

In der Informatik verwendet man auch

.....

4) Definition

.....

5) Beispiele von Termen

Summen, Differenzen

.....

Produkte etc.

.....

auch mit Klammern

.....

Keine Terme sind:

.....

6) Definition

.....

.....

.....

.....

7) Beispiele

Monome sind:

.....

.....

Diese Terme sind keine Monome:

.....

8) Definition

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9) Beispiele

.....

.....

.....

10) Freiwillige Übung

Welche der nachfolgenden Ausdrücke sind Variablen, Terme, Monome, Polynome, ... ?
(Es sind auch mehrere Antworten möglich.)

- a) $12ab$
- b) $3m + 4m^2$
- c) r
- d) $3 + 2(a + b)$
- e) $\frac{m+n}{c}$
- f) $f + g + h + 2i$

1.2. Terme auswerten

1) Vorbemerkung

Normalerweise enthält ein Term sowohl Variablen als auch Konstanten (festbleibende Zahlen). Manchmal kann es aber nützlich sein, für eine Variable einen bestimmten Wert einzusetzen.

2) Beispiel

Welchen Wert nimmt der Term $3x + 5$ an, wenn $x = 4$ gesetzt wird?

3) Mathematische Schreibweise

.....
 Der senkrechte Strich bedeutet

4) Musterbeispiele

a) Wie gross wird $a^2 - 3ab$, mit $a = 5$ und $b = -4$?

b) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}x^2 \Big|_{x=6} =$

c) Man kennt $a = 4$, $b = -5$ und $c = 2$. Berechne $a + 3(b - 5c) = ?$

5) Übung

a) Fülle die Tabelle aus:

	$2a + 1$	$3 - 5a$	$a^2 + 2a$
$a = 4$			
$a = -3$			

b) Fülle die Tabelle aus:

	$x + 2y$	$4x - y - 4$	$2(x^2 - 3y)$
$x = 3, y = 5$			
$x = \frac{1}{2}, y = -3$			

6) Beispiel

Man kann die Aufgabenstellung auch umkehren:

Welchen Wert muss man für x bei $x^2 - 1$ einsetzen, damit der Term den Wert 15 erhält?

7) Freiwillige Übung

Fülle die Tabelle aus:

	$3m + 2n$	$2m - n^2$	$4mn - 5$
$m = 3, n = -4$			
$m = \frac{1}{4}, n = 3$			

1.3. Terme beschreiben

1) Vorbemerkung

Um einen Term exakt beschreiben zu können, ist eine präzise Formulierung bzw. Sprechweise zwingend nötig.
Fachbegriffe wie Summe, Minuend, Exponent usw. müssen bekannt sein.

2) Terme beschreiben

Der Term $x - 3y$ kann beispielsweise wie folgt beschrieben werden:
Der Term ist eine Differenz, wobei der Minuend x und der Subtrahend ein Produkt der zwei Faktoren 3 und y ist.

3) Musterbeispiele

Beschreibe die Terme

- $2a + 4b$
- $2(a + 4b)$
- $2ab^4$
- $(2ab)^4$

4) Musterbeispiele

Welche Terme sind gemeint?

- Der Term ist ein Produkt. Der erste Faktor ist eine Summe mit 3 Summanden, nämlich 3, c und t . Der zweite Faktor ist eine Potenz mit Basis b und Exponent 4.
- Der Term ist eine Differenz. Der Minuend ist eine Potenz mit Basis a und Exponent 3, der Subtrahend ist ein Produkt aus 3 Faktoren, nämlich a , b und einer Summe von s und 12.

5) Terme "erraten"

Ein kleines Spiel: Der Spielleiter notiert sich einen Term. Der oder die anderen müssen den Term erfragen.

Eine Aufgabe könnte beispielsweise so beginnen:

Spieler: "Was ist der Term?", Leiter: "Eine Differenz."

Spieler: "Wie lautet der Minuend.", Leiter: "Der Minuend ist eine Potenz."

usw.

6) Freiwillige Übung

- Beschreibe den Term $3 + 4x + y^3$.
- Welcher Term ist gemeint?

Der Term ist ein Produkt. Der erste Faktor ist eine Summe von drei Summanden, nämlich a , 3 und dem Quotienten aus Divisor 4 und Dividend b . Der zweite Faktor des gesuchten Terms ist eine Potenz, wobei die Basis eine Differenz mit Subtrahend 5 und Minuend c ist, der Exponent beträgt 6. Der dritte Faktor des Terms ist d .