

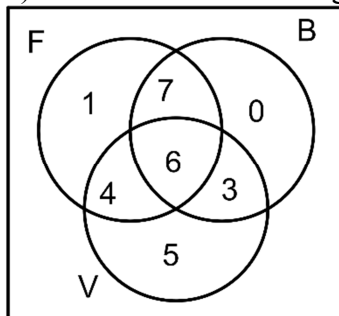
3. Die Mächtigkeit einer Menge

Ergebnisse

1) Turnverein

Alle 26 Mitglieder eines Turnvereins spielen mindestens eine der Sportarten Fussball, Basketball und Volleyball. Es spielen 18 Fussball und 16 Basketball. 9 Mitglieder spielen Basketball und Volleyball. Von den Fussballern spielen mit einer Ausnahme alle noch mindestens eine weitere Sportart, nämlich 13 Basketball und 10 Volleyball.

- Wie viele Vereinsmitglieder spielen Volleyball? 18
- Wie viele Vereinsmitglieder spielen nur Basketball? 0



Hinweis: Zuerst muss man die Menge F ausfüllen. Man hat 18 Fussballer, einer spielt nur Fussball und für die restlichen 17 Plätze hat man $13 + 10 = 23$ Teilnehmer. Somit kommen 6 Spieler in die Schnittmenge.

2) Teilmengen

Asterix liegt falsch. Als Gegenbeispiel dient $A = \{1\}$, $B = \{2, 3\}$.

Obelix liegt auch falsch. Wenn $A = B$ ist, dann ist seine Aussage nicht erfüllt.

3) Überlegungsaufgabe

Betrachte als Grundmenge $G = \mathbb{N}$.

Gibt es eine Menge M , welche folgende drei Bedingungen (alle gleichzeitig) erfüllt?

- $M \cap T_6 = \{1, 3, 6\}$
- $M \cup T_8 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- $|M| = 6$.

Wenn ja, dann bestimme eine solche Menge M ; wenn nein, dann begründe, weshalb es keine solche Menge geben kann.

Wegen der ersten Bedingung gilt:

1, 3, 6 liegen sicher in M , die 2 sicher nicht (sonst wäre sie in der Schnittmenge). Die Zahlen 4, 5, 7, 8 können in M liegen, müssen aber nicht, sind also noch nicht klar.

Wegen der zweiten Bedingung gilt:

3, 5, 6, 7 liegen sicher in M . Die 1, 2, 4, 8 können in M liegen, andere, weitere Zahlen sicher nicht.

Also liegen die Zahlen 1, 3, 5, 6, 7 sicher in M , die 2 sicher nicht.

Wegen der dritten Bedingung gilt:

M enthält schon die fünf Zahlen 1, 3, 5, 6, 7. Dazu kann entweder die 4 oder die 8 kommen. Die 2 darf nicht dabei sein, andere Zahlen kommen auch nicht in Frage.

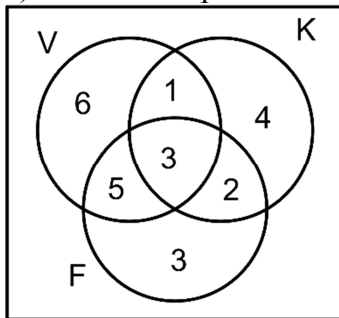
Also gibt es zwei Lösungen:

$M = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$ oder $M = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}$

4) Instrumente

In einem Musik-Sommerlager treffen sich Freunde zum Musizieren. Alle spielen mindestens ein Instrument. 15 Freunde spielen Violine, 10 spielen Klavier. Weiter gibt es 13 Flötenspieler, von denen alle mit Ausnahme von dreien noch mindestens ein weiteres Instrument spielen, nämlich 8 Violine und 5 Klavier. Von den Geigenspielern spielen sechs kein anderes Instrument.

- Wie viele Freunde haben am Lager teilgenommen? 24
- Wie viele spielen nur Klavier? 4
- Wie viele spielen alle drei Instrumente? 3
- Wie viele spielen Violine und Klavier? 4

**5) Zusatz**

Von den 23 Schülern der Klasse 2a spielen alle mindestens zwei Instrumente, nämlich 8 Geige und Flöte, 12 Geige und Klavier sowie 13 Flöte und Klavier. Wie viele Schüler spielen alle drei Instrumente? 5

Man hat total 33 Kandidaten, aber nur 23 Schüler. Die Schnittmenge wird dabei dreifach gezählt. Somit muss man den Überhang von 10 Schülern doppelt kompensieren. Also spielen 5 Schüler alle Instrumente.