

3. Gleichungssysteme

3.1. Algebraische Lösungsverfahren

1. Musterbeispiel

Löse das Gleichungssystem
$$\left| \begin{array}{r} 3x - 4y = 2 \\ y = 2x - 5 \end{array} \right|$$

Wenn wir ein Gleichungssystem mit zwei (später mehreren) Unbekannten lösen, dann suchen wir Lösungszahlenpaar $(x|y)$, welches beide Gleichungen gleichzeitig erfüllt. Es gibt mehrere gute Lösungsverfahren, wovon wir drei genauer betrachten.

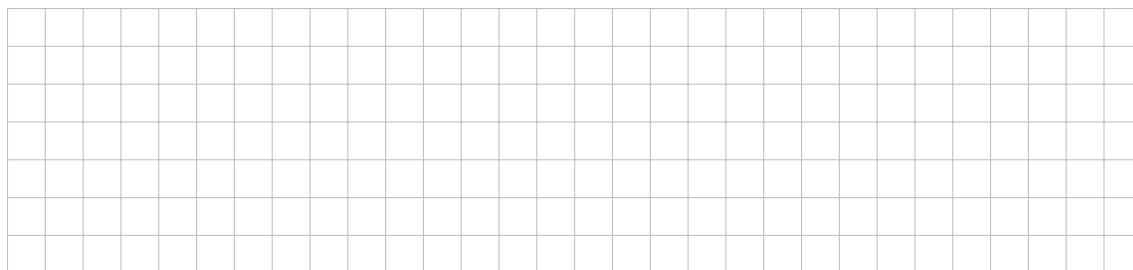


2. Musterbeispiel

$$\left| \begin{array}{r} x + 2y = 8 \\ 3x + y = 9 \end{array} \right|$$



3. Einsetzungsverfahren



4. **Übungen**

a)
$$\begin{cases} 5x - 2y = 23 \\ x = 3y + 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2y = 15 + 3x \\ x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

5. **Musterbeispiel**

Löse das Gleichungssystem
$$\begin{cases} 4x + 3y = 9 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$$



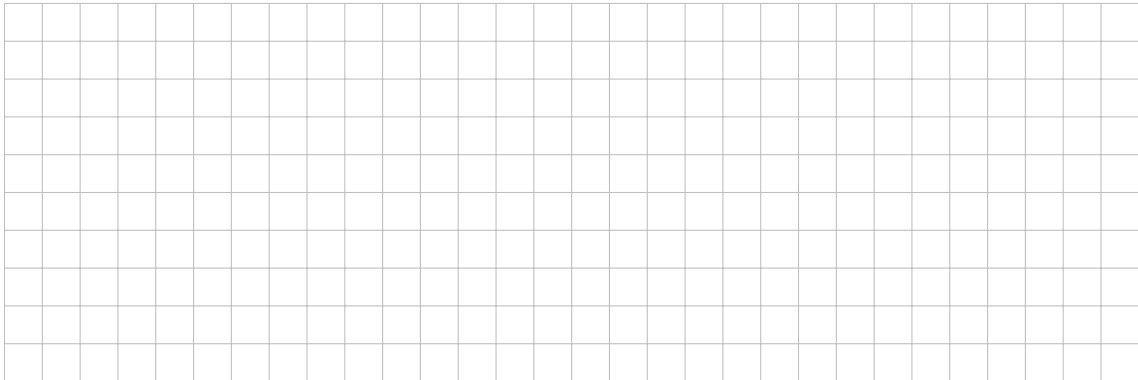
Wir tasten uns nun Schritt für Schritt an das Additionsverfahren heran. Beide Verfahren (Einsetzungsverfahren und Additionsverfahren) sind sicher, aber das Additionsverfahren ist bei guter Technik schneller.

6. Beispiele

$$\begin{cases} 15x - 12y = -4 \\ 8x + 12y = -19 \end{cases}$$



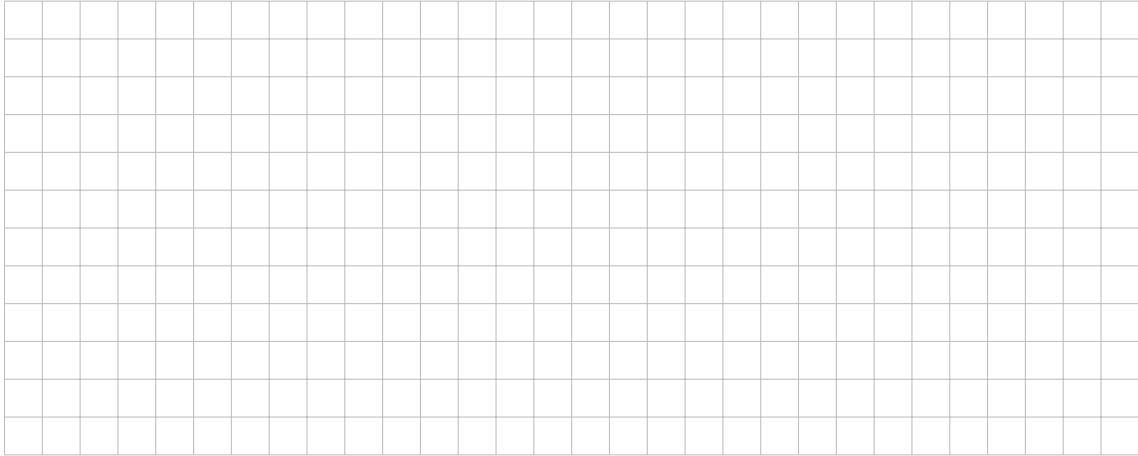
$$\begin{cases} 7x + 3y = 23 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 5x + 2y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 4x + 3y = 16 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$$



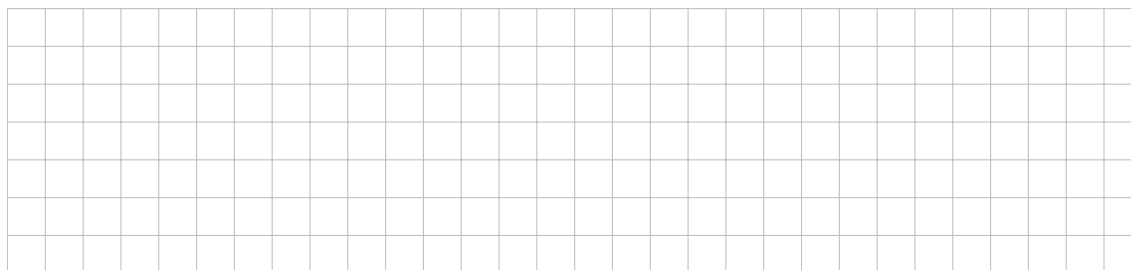
$$\begin{cases} 3x - 4y = 25 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ 5x + 2y = 7 \end{cases}$$

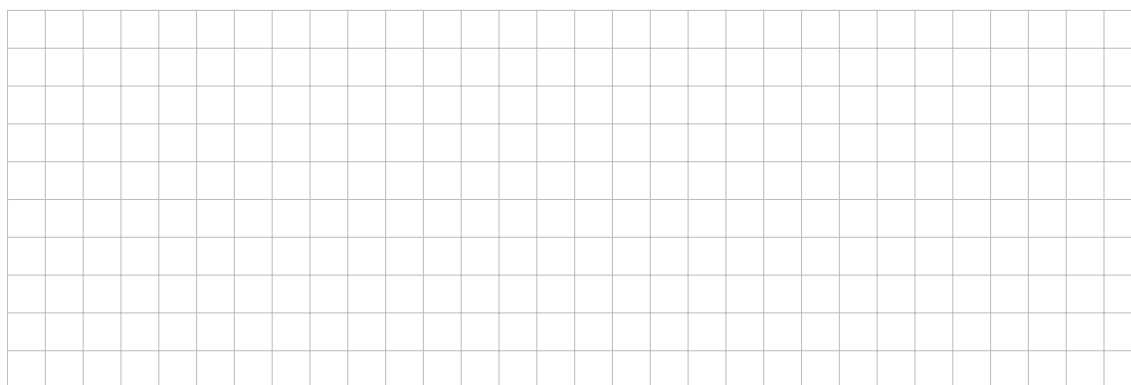


7. Additionsverfahren

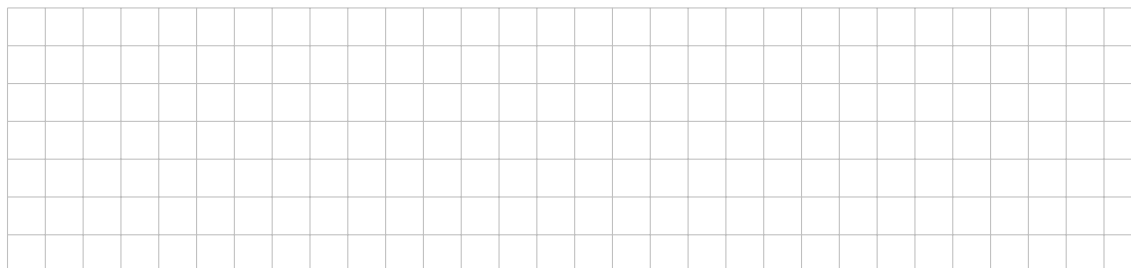


8. Musterbeispiel

$$\begin{cases} y = 4x + 1 \\ y = 2x + 15 \end{cases}$$



9. Gleichsetzungsverfahren

**Lernkontrolle**

Das Verfahren ist frei wählbar.

a) $\begin{cases} y = 5x - 7 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 5x + 3y = -3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 22 \\ 2y = x - 4 \end{cases}$

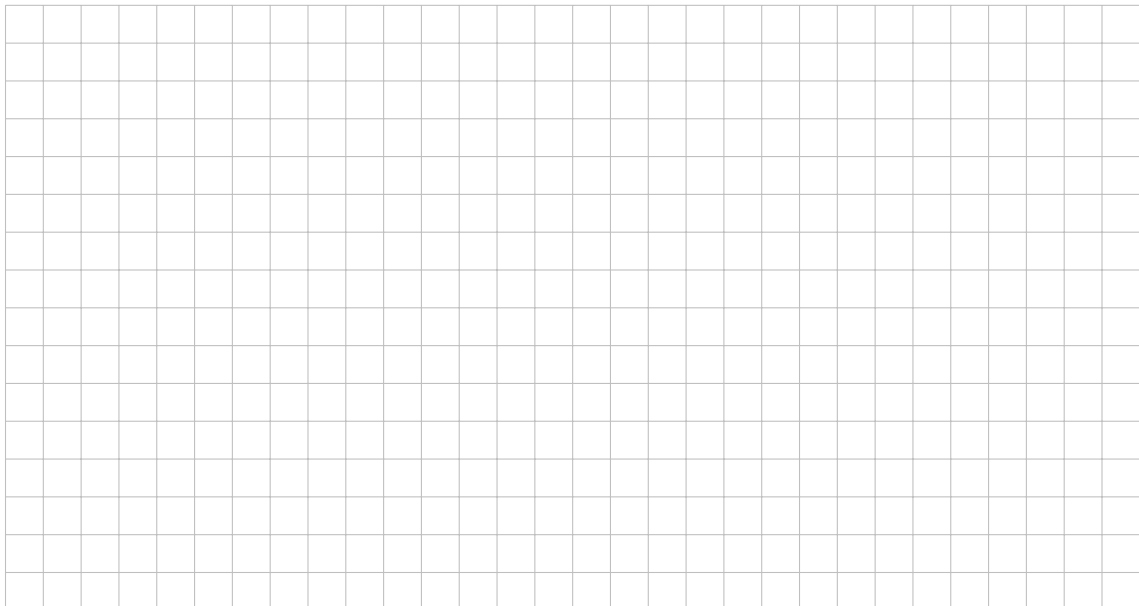
10. Parameter

Am Lösungsverfahren ändert nichts, wenn Parameter vorkommen.

$$\begin{cases} a \cdot x + y = 7 \\ 2x - y = a \end{cases}$$

**11. Eine Vereinfachung bei komplizierten Gleichungssystemen**

$$\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{3}{y+2} = 7 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y+2} = 3 \end{cases}$$

**Übung**

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + 3 \cdot \sqrt{y} = 6 \\ \frac{1}{x} + 2 \cdot \sqrt{y} = 5 \end{cases}$$

3.2. Gleichungssysteme und Funktionen

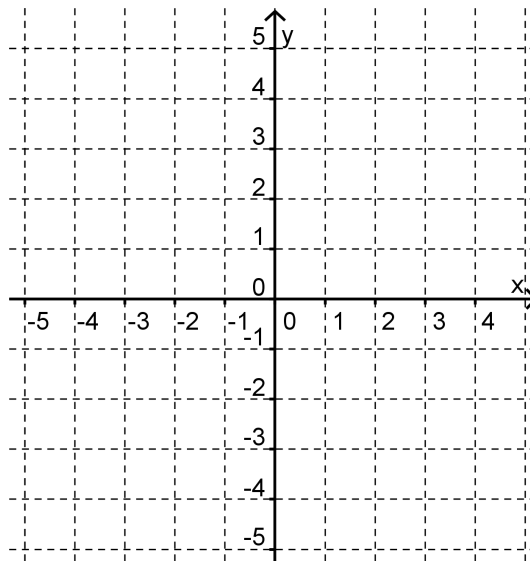
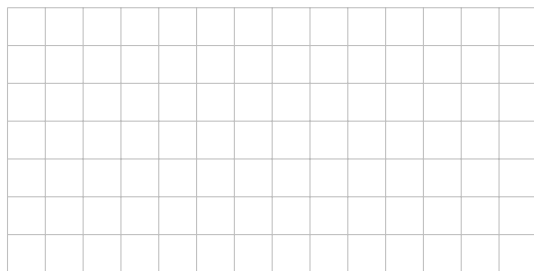
1. Schnittpunkt zweier Funktionen

Betrachte die Funktionen

$$y = f(x) = 3x - 5 \text{ und}$$

$$y = g(x) = -\frac{3}{5}x + 4.$$

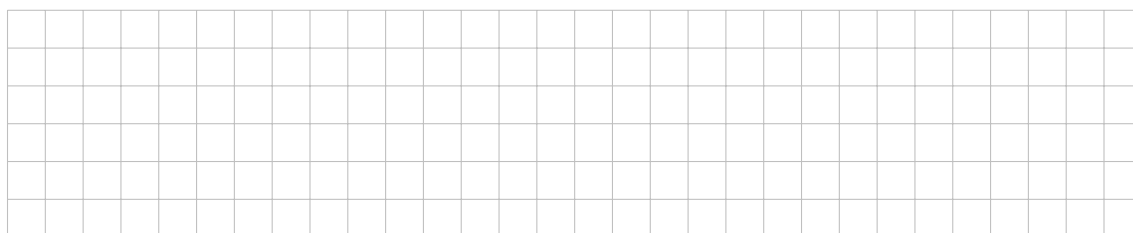
Bestimme die Koordinaten des Schnittpunkts.



2. Übung

Gegeben sind die Funktionen $y = f_1(x) = 2x - 5$ und $y = f_2(x) = x + 6$.

Bestimme die Koordinaten des Schnittpunkts.

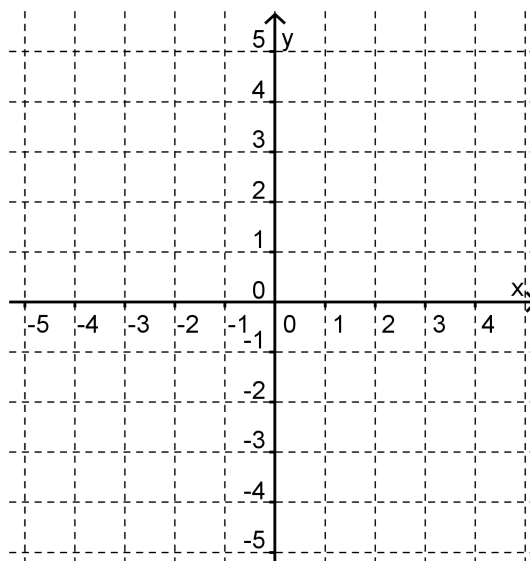
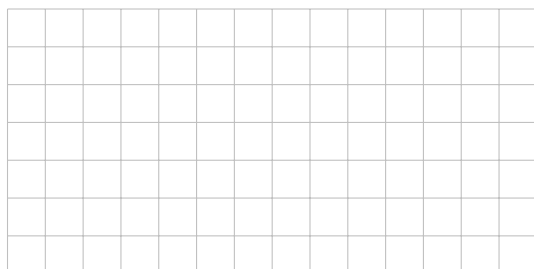


3. Gleichungssystem und Funktion

Betrachte das Gleichungssystem

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$$

Löse beide Gleichungen nach y auf und zeichne dann die Funktionen ins Koordinatensystem ein.



4. Musterbeispiel

Löse das Gleichungssystem

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 6x - 9y = 1 \end{cases}$$

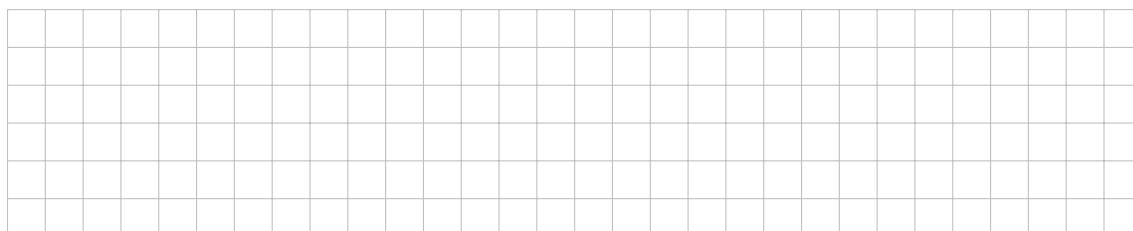
**5. Musterbeispiel**

Löse das Gleichungssystem

$$\begin{cases} x - 3y = 3 \\ y = \frac{1}{3}x - 1 \end{cases}$$

**6. Sonderfälle bei Gleichungssystemen**

Bei linearen Gleichungssystemen mit 2 Unbekannten können diese Sonderfälle auftreten:



7. Vier Funktionsgraphen vergleichen

Ein Hausverwalter muss einen grossen Heizöltank nachfüllen lassen und holt sich dafür bei vier Firmen Angebote.

Firma A sagt: Bei uns gilt ein Preis von 9 Fr. pro 10 Liter Heizöl.

Firma B sagt: Bei uns gilt ein Preis von 10 Fr. pro 10 Liter, aber ab 1000 Liter gibt es 25% Rabatt.

Firma C sagt: Wir verlangen eine Wegpauschale (Grundgebühr) von 200 Fr., dafür kostet das Öl nur 62.50 Fr. pro 100 Liter.

Firma D sagt: Die ersten 500 Liter kosten 12 Fr. pro 10 Liter, danach verrechnen wir nur noch 6 Fr. pro 10 Liter.

Zeichne die Graphen ins Koordinatensystem ein. Welche Firma ist am günstigsten?

