

2. Lineare Funktionen

2.1. Begriffe

1. **Definition**

Eine Funktion

.....

.....

.....

In Zeichen schreiben wir

.....

2. **Funktionen im Alltag**

Es gibt erstaunlich viele Beispiele, bei denen der mathematische Funktionsbegriff direkt oder indirekt im Alltag vorkommt.

Preisberechnungen:

Notenskalen und andere Skalen:

Geometrische Abbildungen:

3. **Die Wertetabelle**

Gegeben sei die Berechnungsvorschrift $y = f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$.

$x =$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = f(x)$									

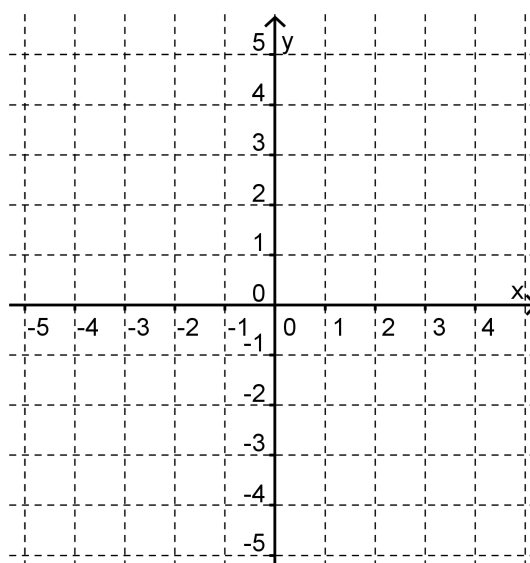
Wir können also

4. **Der Funktionsgraph**

Wenn wir alle Punkte $(x|y) = (x|f(x))$ in einem Koordinatensystem einzeichnen, dann erhalten wir den Funktionsgraphen, der zur Funktion $y = f(x)$ gehört.

.....

.....



2.2. Graphen von linearen Funktionen

1. Beispiel

Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = 2x - 3$.

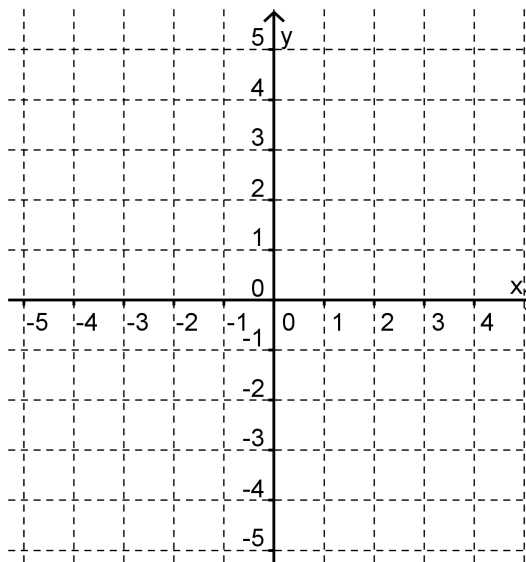
$x =$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = f(x)$									

2. Der Funktionsgraph

Zeichne den Funktionsgraphen zur Funktion $y = f(x)$ ins nebenstehende Koordinatensystem ein.

Für das Beispiel $y = f(x) = 2x - 3$ stellen wir fest:

.....



3. Beispiele

Zeichne die Funktionsgraphen. Welche graphische Bedeutung haben die Koeffizienten?

a) $y = f(x) = \frac{1}{2} \cdot x + 2$

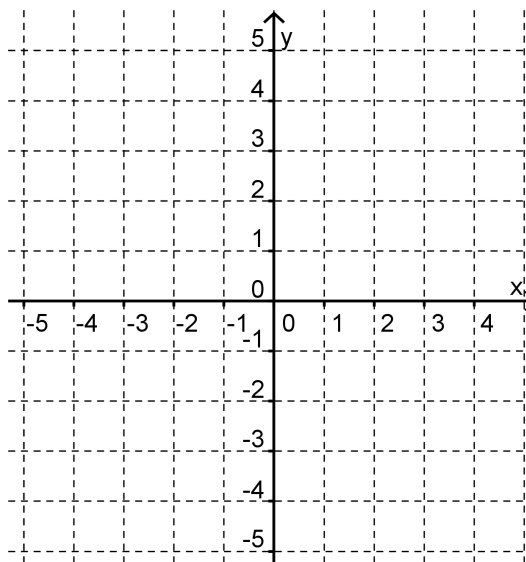
$x =$	-2	-1	0	1	2
$y =$					

b) $y = f(x) = -2x + 4$

$x =$	-2	-1	0	1	2
$y =$					

c) $y = f(x) = -\frac{1}{3} \cdot x - 1$

$x =$	-2	-1	0	1	2
$y =$					



4. Lineare Funktionen

Eine lineare Funktion hat die Form

Der Funktionsgraph

v ist

m ist

5. **Übungen**

Nun sollte es möglich sein, den Funktionsgraphen *ohne* Erstellen einer Wertetabelle zu zeichnen.

a) $y = \frac{1}{4} \cdot x + 2$

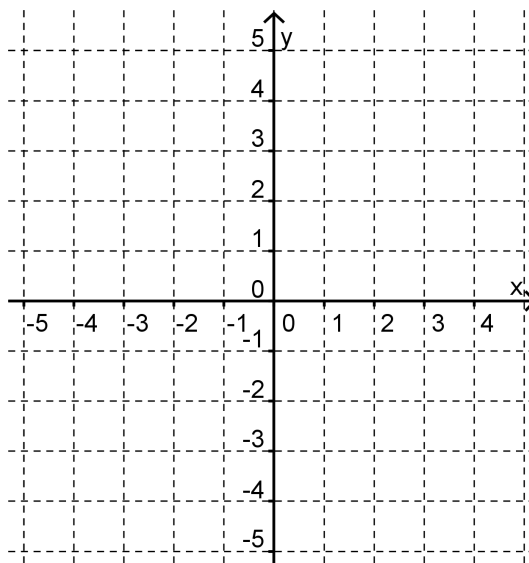
b) $y = -x + 3$

c) $y = \frac{3}{2} \cdot x + \frac{1}{2}$

d) $y = \frac{2}{5} \cdot x + \frac{1}{5}$

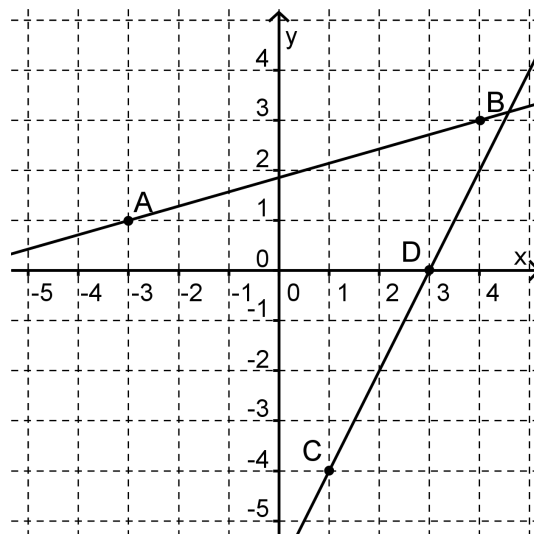
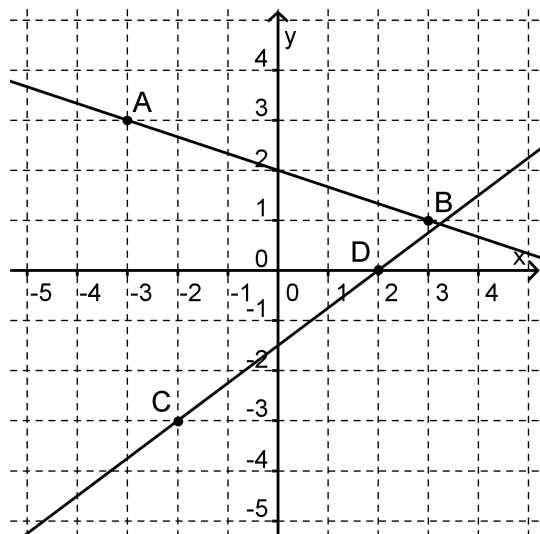
Kniffligere Zusatzfrage: Bestimme für jede der vier obigen Funktionen zwei oder drei Punkte mit ganzzahligen Koordinaten.

.....



6. **Umgekehrte Aufgabenstellung**

Bestimme die Funktionsgleichung aus dem Funktionsgraphen.



7. **Funktionsgleichung bestimmen**

- a) Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden mit Steigung $m = -3$, welche durch den Punkt $P(4|7)$ geht.

Wir machen den Ansatz

Den fehlenden Wert von v bestimmen wir

.....

- b) Übung dazu: Die Gerade geht durch $P(12|22)$ und hat die Steigung $m = \frac{3}{8}$.

8. Gerade durch zwei Punkte

Bestimme die Funktionsgleichung.

- a) Die Gerade geht durch $A(0|2)$ und $B(5|3)$
- b) Die Gerade geht durch $C(-3|0)$ und $D(1|1)$
- c) Die Gerade geht durch $E(17|32)$ und $F(22|25)$
- d) Die Gerade geht durch $G(-7|2)$ und $H(11| - 7)$

9. Satz

Wenn eine Gerade durch zwei Punkte $P_1(x_1|y_1)$ und $P_2(x_2|y_2)$ geht, dann erhält man die Steigung m dieser Geraden mit der Formel

 $m =$

.....

10. Schnittpunkte

- a) Bestimme den Schnittpunkt der Geraden $y = 3x - 4$ und $y = 5x + 17$.
- b) Überlegungsaufgabe: Wieso haben die Geraden $y = 4x - 7$ und $y = 4x + 12$ keinen Schnittpunkt?

11. Lernkontrolle

- a) Zeichne den Funktionsgraphen zu $y = f(x) = \frac{2}{5} \cdot x + \frac{4}{5}$.
- b) Eine Gerade geht durch $(1|1)$ und $(3|4)$.
Bestimme die zugehörige Funktionsgleichung.

2.3. Anwendungen

1. Temperaturmessung

Neben der bei uns üblichen Temperaturskala in $^{\circ}\text{C}$ gibt es – vor allem im amerikanischen Raum – auch noch die Temperaturmessung in Fahrenheit. Die beiden Skalen hängen wie folgt zusammen: 0°C entspricht 32 F, 100°C entspricht 212 F.

- Bestimme die Funktionsgleichung, welche x $^{\circ}\text{C}$ in $y = f(x)$ F umrechnet.
- Wie viel F sind 62°C ? Und wie viel $^{\circ}\text{C}$ sind 100 F?

2. Notenskala

An einer Prüfung gilt folgende Notenskala: 0 Punkte ergibt Note 1.0; für die Maximalnote 6.0 benötigt man 40 Punkte.

- Bestimme eine passende Funktionsgleichung.
- Welche Note erhält man mit 35 Punkten?
- Welche Punktzahl ist für die genügende Note 4.0 nötig?

3. Gleichförmige Bewegung

Wir nehmen an, ein Radfahrer sei mit konstanter Geschwindigkeit unterwegs. Um 10:10 h passiert er km 15 seiner Tour, um 10:20 fährt er bei km 20 vorbei.

- Bestimme eine passende Funktionsgleichung.
- Bei welchem Kilometer ist er um 10:45 h?

4. Kostenberechnung

Ein Elektriker verlangt für einen Reparatereinsatz eine Grundgebühr von 60 Fr. plus einen Stundenansatz von 80 Fr.

- Bestimme eine passende Funktionsgleichung.
- Die Rechnung für einen Einsatz betrug 200 Fr. Wie lange dauerte der Einsatz?

5. Öltank

Ein Öltank muss geleert werden. (Die Pumpe, welche den Tank leert, habe immer gleiche Leistungsfähigkeit.) 10 Minuten nach Beginn des Entleerens hatte man noch 1500 Liter Öl im Tank, 5 Minuten später waren es noch 1300 Liter.

- Bestimme eine passende Funktionsgleichung.
- Welche Menge Öl war vor Beginn der Entleerung im Tank?
- Wie lange dauerte der ganze Vorgang des Entleerens?

6. Sinkflug

Wir nehmen an, dass ein Flugzeug im Sinkflug pro Minute konstant 250 Höhenmeter absinkt. Der Sinkflug startet auf 5200 m ü. M.

- Bestimme eine passende Funktionsgleichung.
- Welche Höhe hat das Flugzeug 6 Minuten nach Beginn des Sinkflugs?
- Auf Höhe 800 m ü. M. muss der Bremsvorgang für die Landung eingeleitet werden. Nach wie vielen Minuten ist dies der Fall?

7. Rampe

Eine Rampe hat eine Länge von 12.5 Metern (auf der Schräge gemessen) und überwindet dabei eine Höhe von 3.5 Metern. Bestimme die Steigung dieser Rampe.

8. Strasse

Eine Strasse mit 20% Steigung überwindet eine Höhe von 70 m. Wie lang ist dieses Strassenstück?

9. Vier Funktionsgraphen vergleichen

Ein Hausverwalter muss einen grossen Heizöltank nachfüllen lassen und holt sich dafür bei vier Firmen Angebote.

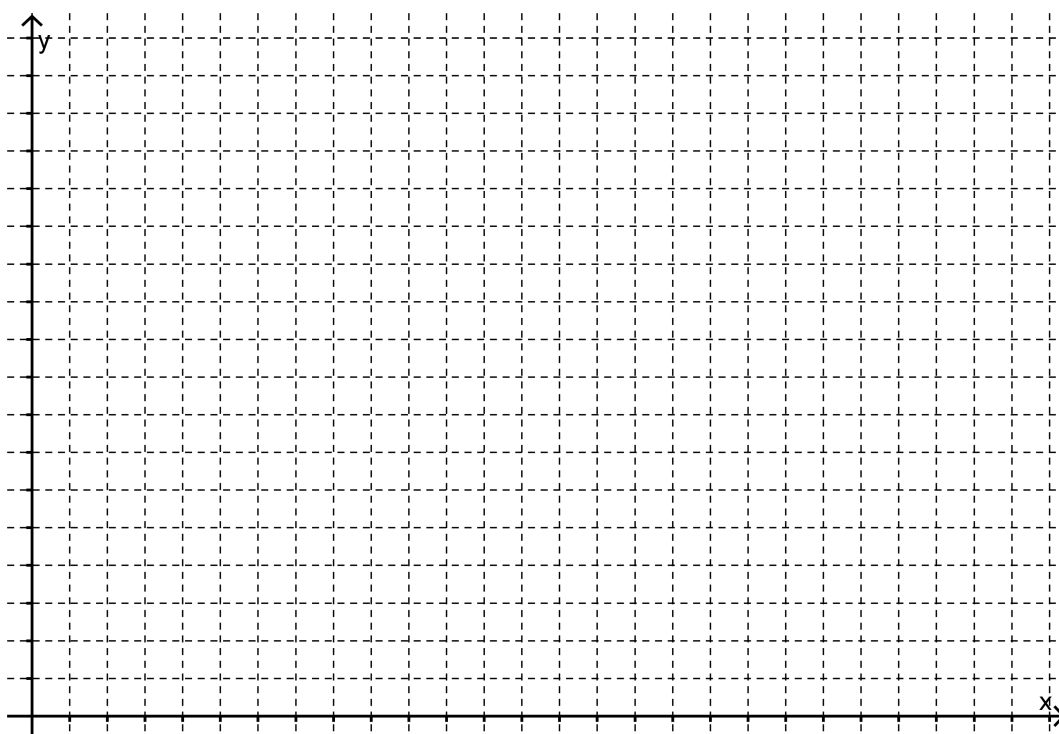
Firma A sagt: Bei uns gilt ein Preis von 9 Fr. pro 10 Liter Heizöl.

Firma B sagt: Bei uns gilt ein Preis von 10 Fr. pro 10 Liter, aber ab 1000 Liter gibt es 25% Rabatt.

Firma C sagt: Wir verlangen eine Wegpauschale (Grundgebühr) von 200 Fr., dafür kostet das Öl nur 62.50 Fr. pro 100 Liter.

Firma D sagt: Die ersten 500 Liter kosten 12 Fr. pro 10 Liter, danach verrechnen wir nur noch 6 Fr. pro 10 Liter.

Zeichne die Graphen ins Koordinatensystem ein. Welche Firma ist am günstigsten?



.....

.....

.....

10. Lernkontrolle

Ein Güterzug sei mit konstant 40 km/h unterwegs. Um 10:15 h passiert er bei km 20. Bestimme eine passende Funktionsgleichung und beantworte die Fragen:

- Wann passiert der Zug bei km 65?
- Wo ist der Zug um 11:40 h?