

3. Lineare Abbildungen

Ergebnisse

1) Matrizen bestimmen

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} & 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} & 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0.96 & 0.28 \\ 0.28 & -0.96 \end{pmatrix}$

2) Abbildung bestimmen

- a) Spiegelung an $y = x$ plus zentrische Streckung mit Faktor 2.
 b) Drehstreckung mit $\alpha = 53.13^\circ$ und Faktor 5.

3) Inverse

a) $\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$

- b) Dieselbe Matrix.

4) Zusammensetzung

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -0.6 & 0.8 \\ 0.8 & 0.6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.8 & -0.6 \\ -0.6 & 0.8 \end{pmatrix}, \text{ und das ergibt die Spiegelung an } y = -3x$$

5) Eigenvektoren

a) Eigenwert 1 mit Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und Eigenwert 2 mit Vektor $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

- b) Variante 1: Kein Vektor kann auf ein Vielfaches von sich selbst abgebildet werden.
 Variante 2: Die Diskriminante der Determinante von $M - t \cdot I$ ist negativ.

c) Eigenwert 1 mit Vektor $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ und Eigenwert 7 mit Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Es ist eine schiefe axiale Streckung. Die Gerade $y = 1/5 x$ ist Fixgerade und gleichzeitig Streckungsachse. Die Streckungsrichtung verläuft parallel zum Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

6) Überlegungsaufgabe

- a) Spiegelung an der xy -Ebene
 b) Spiegelung an der Ebene, welche durch die z -Achse geht und die Gerade $y = x$ enthält.
 c) Streckung mit Faktor 5, "zylindrisch" von der z -Achse aus.
 d) Streckung mit Faktor 3, vom Ursprung aus ("kugelförmig").