

Aufgaben

Lösungen und Kommentar

1. Abbildung und Matrix:

- a) und b) siehe rechts.
 c) Spiegelung an $y = x$ plus Streckung mit Faktor 2.
 d) Drehung um die y -Achse um 90° nach "hinten".

The calculator screen shows the following steps:

- Matrix A is defined as $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.
- Matrix B is defined as $4 \cdot \begin{bmatrix} \cos(-45^\circ) & -\sin(-45^\circ) \\ \sin(-45^\circ) & \cos(-45^\circ) \end{bmatrix}$.
- The final expression entered is $\text{matRn}(-45^\circ); \sin(-45^\circ), \cos(-45^\circ) \mathbf{1}$.

2. Inverse Matrix:

- a) Es muss die Drehmatrix mit dem negativen Winkel sein. Eine Drehung vorwärts und die gleiche Drehung rückwärts müssen sich aufheben, damit am Schluss (Zusammensetzung = Matrixmultiplikation) alles an Ort bleibt (Einheitsmatrix).
 b) Weil es eine Geradenspiegelung ist, wird $M^{-1} = M$ sein.

3. Eigenvektoren:

- a) Bei einer Drehung wird kein Vektor auf ein Vielfaches von sich abgebildet.
 b) Die benötigte Gleichung $\det(M - tI) = 0$ hat keine Lösung, wenn $\sin(a)$ nicht gerade gleich Null ist.

The calculator screen shows the following steps:

- The characteristic equation is entered as $\det\left(\begin{bmatrix} \cos(a) & -\sin(a) \\ \sin(a) & \cos(a) \end{bmatrix} - t\right) = 0$.
- The resulting equation is $t^2 - 2 \cdot \cos(a) \cdot t + 1 = 0$.
- The solve function is used: $\text{solve}(t^2 - 2 \cdot \cos(a) \cdot t + 1 = 0, t)$ returns false.
- The discriminant is calculated: $(-2 \cdot \cos(a))^2 - 4 = -4 \cdot (\sin(a))^2$.
- The final expression entered is $(-2 \cdot \cos(a))^2 - 4$.

4. Knacknuss:

Eigenwerte 1 und 2.

The calculator screen shows the following steps:

- The matrix $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ is entered.
- The eigenvalue function is used: $\text{eigVc}\left(\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\right)$ returns $\begin{bmatrix} .707107 & .5547 \\ .707107 & .83205 \end{bmatrix}$.
- The eigenvector for $t=1$ is calculated: $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \cdot 1$ returns $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$.
- The eigenvector for $t=2$ is calculated: $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \cdot 2$ returns $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$.
- The final expression entered is $\begin{bmatrix} -1, 2; -3, 4 \end{bmatrix} - 2$.

Eigenvektor zu $t = 1$:

$(1 ; 1)$.

Das ergibt die Fixgerade $y = x$.

Eigenvektor zu $t = 2$:

$(2 ; 3)$

Das ergibt die Affinitätsrichtung.

Jeder Punkt wird mit der Richtung $(2 ; 3)$ von der Achse $y = x$ aus mit Faktor 2 gestreckt.