

# 1. Matrizen

## Ergebnisse

---

### 1) Matrixprodukte

(Taschenrechnerkontrolle)

### 2) Übung

a) (Taschenrechnerkontrolle)

b)  $t_1 = 2, t_2 = 3$

c) (Taschenrechnerkontrolle)

### 3) Matrixgleichung

a) (Taschenrechnerkontrolle)

b)  $C = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 2.5 & -0.5 \end{pmatrix}$

### 4) Potenzieren

(Taschenrechnerkontrolle)

### 5) Beispiele mit $3 \times 3$ - Matrizen

a) (Taschenrechnerkontrolle)

b)  $P = \begin{pmatrix} 49 & 8 \\ -12 & -1 \\ -28 & -4 \end{pmatrix}$

### 6) Knacknuss

Damit das gehen kann, muss die Determinante von  $A$  entweder 1 oder  $-1$  sein.

Falls  $\det(A) = 1$ . Dann erhält man entweder die Einheitsmatrix  $I$  oder  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Falls  $\det(A) = -1$ , erhält man die Gleichung  $\begin{pmatrix} -d & b \\ c & -a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ . (Links steht die Inverse.)

Also ist  $d = -a$ . Das ergibt für die Determinante die Gleichung  $-a^2 - bc = -1$ .

Falls nun  $b = c = 0$  so erhält man  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  oder  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Andernfalls löst man nach  $c$  auf:  $c = \frac{1-a^2}{b}$  und setzt ein.

Dies ergibt die allgemeine Form für  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ \frac{1-a^2}{b} & -a \end{pmatrix}$

für beliebige Werte von  $a$  und  $b$  ( $b \neq 0$ ).

Für (beispielsweise)  $a = 3$  und  $b = 2$  hat man dann  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$

In jedem Fall ist am Schluss  $A^2 = I$  und  $A^3 = A$ .