

# Kugelgeometrie

## 1. Konstruktionen

### 1.1. Kugelkoordinaten

#### 1) Verschiedene Koordinatensysteme

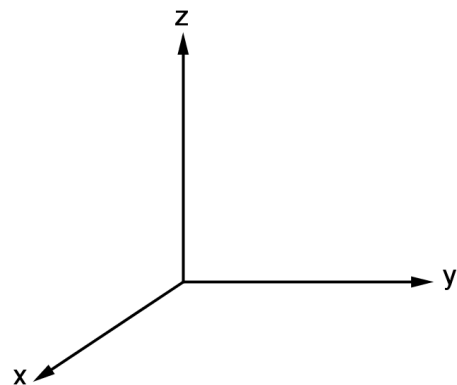
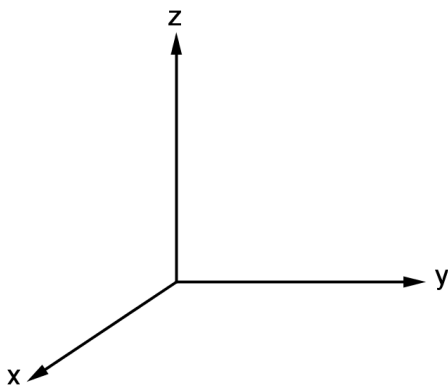
Um einen Punkt im Raum eindeutig festzulegen, gibt es mehrere Möglichkeiten:

a) Man hat einen Koordinatenursprung und drei (paarweise zueinander senkrecht stehende) Achsen. Dann wird jeder Punkt durch seine Koordinaten festgelegt.

Dieses Koordinatensystem wird rechtwinkliges oder kartesisches Koordinatensystem genannt.

b) Zylinderkoordinaten

c) Kugelkoordinaten



.....  
 .....

#### 2) Bemerkung

Die Kugelkoordinaten entsprechen den geografischen Längen- und Breitengraden.

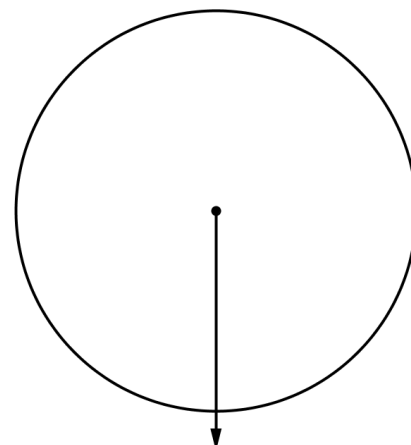
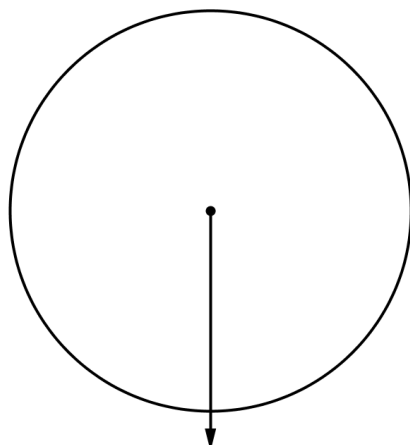
In der theoretischen Physik werden Kugelkoordinaten auch durch  $r$ ,  $\varphi$  und  $\theta$  angegeben, wobei  $\theta$  der Polarwinkel ist. Dann ist  $\theta = 90^\circ$  minus die geografische Breite.

#### 3) Konstruktion

Gegeben ist die Äquatorebene. Vom Punkt P kennt man die geografische Länge und Breite. Wo liegt P'?

a)  $\varphi = 65^\circ$ ,  $\theta = 35^\circ$

b)  $\varphi = -20^\circ$ ,  $\theta = -40^\circ$

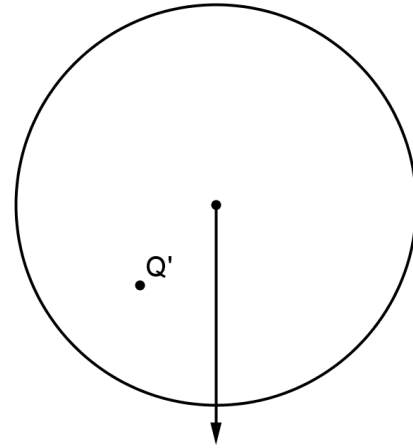
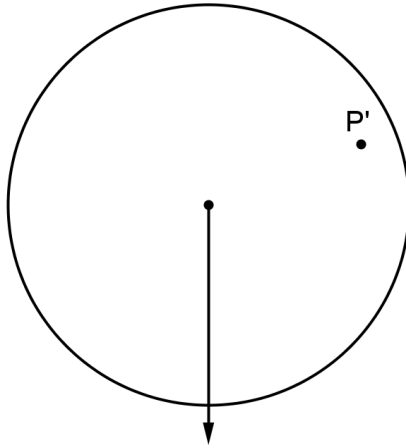


**4) Konstruktion**

Man kennt die Äquatorebene und den Grundriss eines Punktes.  
 Konstruiere seine geografische Länge und Breite.

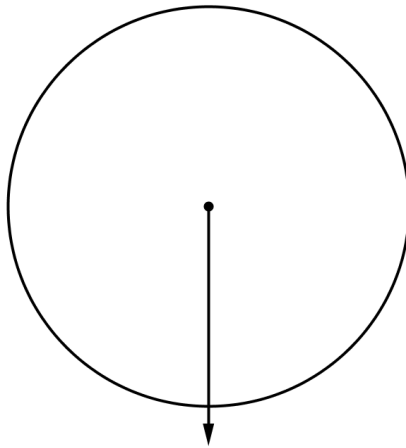
a)

b)



**5) Lernkontrolle**

Konstruiere den  $35^\circ$  Breitenkreis.



### 1.2. Sphärischer Abstand

**1) Kürzeste Verbindungslinien**

In der ebenen Geometrie ist die kürzeste Verbindung zweier Punkte eine Strecke. Welches ist die kürzeste Verbindung zweier Kugelpunkte?

.....  
 .....  
 .....

**2) Bemerkung**

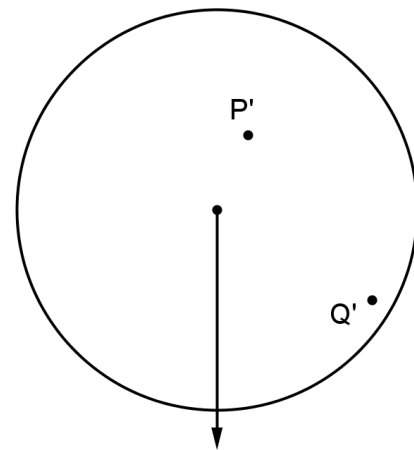
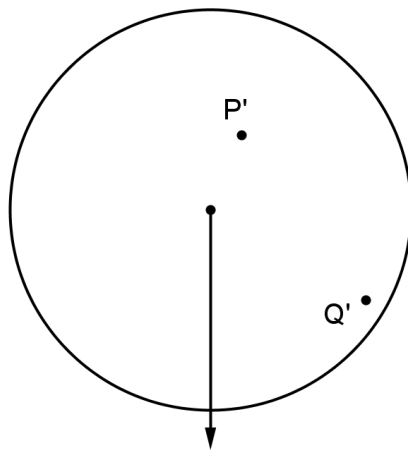
In der ebenen Geometrie gibt es zu zwei Punkten immer genau eine kürzeste Verbindung.

.....  
 .....

**3) Konstruktion**

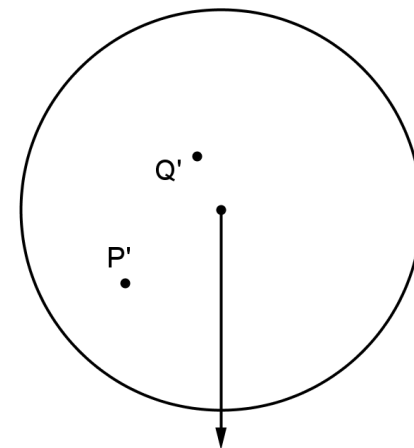
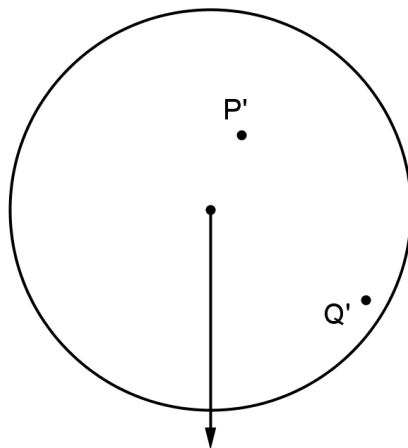
Gegeben sind die Kugelpunkte P und Q. Konstruiere ihren sphärischen Abstand

- a) P und Q liegen auf der Nordhalbkugel      b) Ebenso, zweite Konstruktion



- c) P liegt auf der Nordhalbkugel, Q liegt auf der Südhalbkugel.

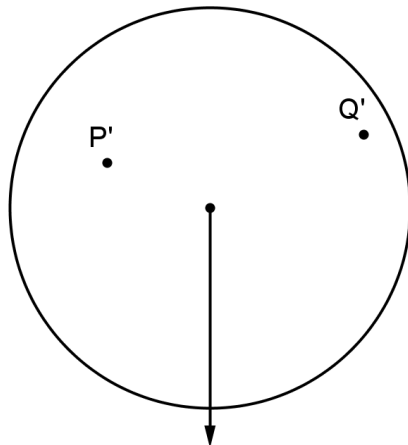
- d) Übung



**4) Anwendung**

Gegeben sind die Kugelpunkte P und Q. Die beiden Punkte sollen auf der Nordhalbkugel liegen. Wir stellen uns die Punkte als Orte auf der Erde vor und betrachten die Bahn eines Flugzeugs, welches von P (z.B. Paris) nach Q (z.B. Quito) fliegt.

- Wo ist der nördlichste Punkt der "Flugroute"?
- Wie gross ist in diesem Punkt der Abstand zum Nordpol?

**5) Lernkontrolle**

- Konstruiere den sphärischen Abstand der Punkte P und Q.  
 $P(\varphi = 65^\circ, \theta = 35^\circ)$  und  $Q(\varphi = -45^\circ, \theta = -55^\circ)$ .
- Konstruiere den nördlichsten Punkt des Grosskreisbogens durch A und B.

