

Kugelgeometrie

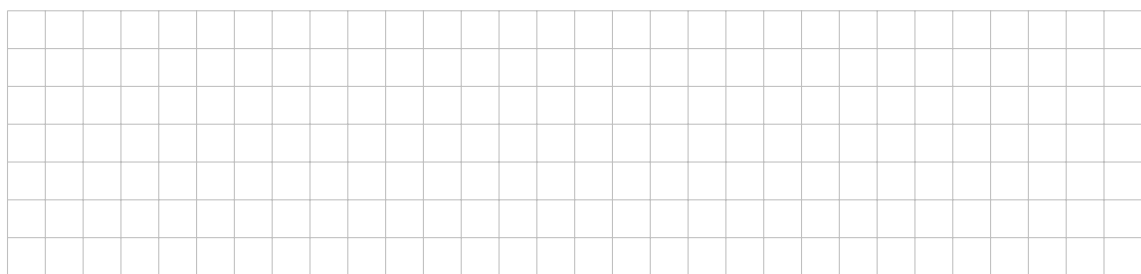
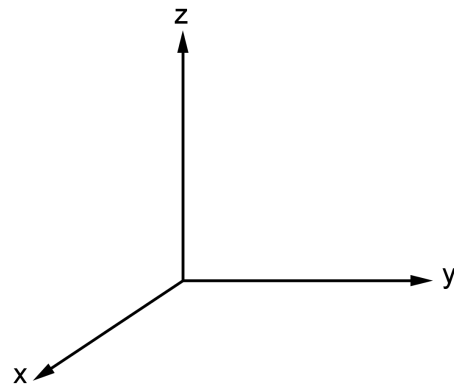
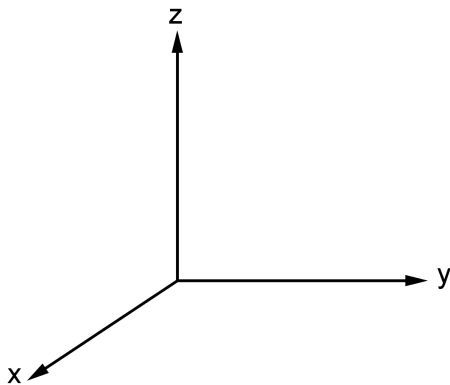
1. Konstruktionen

1.1. Kugelkoordinaten

1. Verschiedene Koordinatensysteme

Um einen Punkt im Raum eindeutig festzulegen, gibt es mehrere Möglichkeiten:

- Man hat einen Koordinatenursprung und drei (paarweise zueinander senkrecht stehende) Achsen. Dann wird jeder Punkt durch seine Koordinaten festgelegt. Dieses Koordinatensystem wird rechtwinkliges oder kartesisches Koordinatensystem genannt.
- Zylinderkoordinaten
- Kugelkoordinaten



2. Bemerkung

Die Kugelkoordinaten φ und θ entsprechen den geografischen Längen- und Breitengraden.

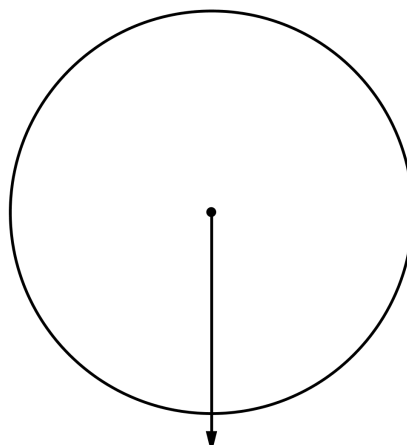
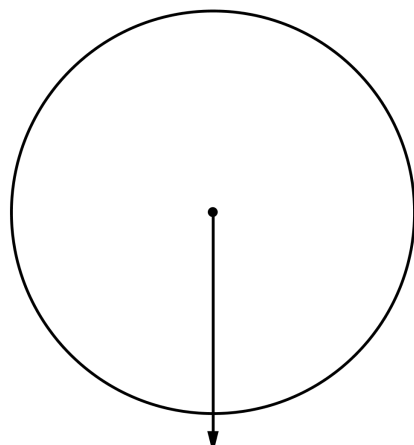
In der theoretischen Physik werden Kugelkoordinaten auch durch r , φ und θ angegeben, wobei θ der Polarwinkel ist. Dann ist $\theta = 90^\circ$ minus die geografische Breite.

Für dieses Skript ist jedoch mit θ stets die geografische Breite gemeint.

3. **Konstruktion**

Gegeben ist die Äquatorebene. Vom Punkt P kennt man die geografische Länge und Breite. Wo liegt P' ?

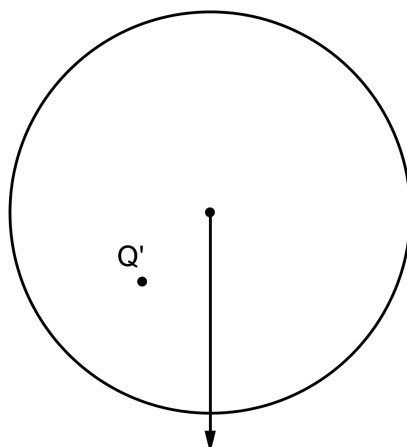
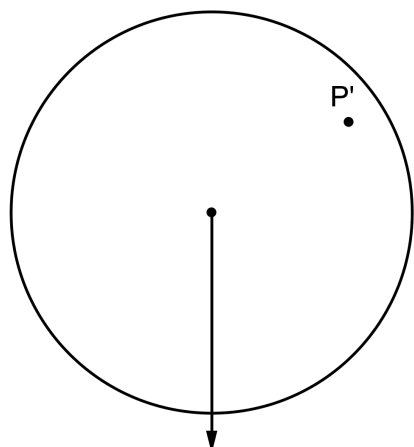
- a) $\varphi = 65^\circ$, $\theta = 35^\circ$
 b) $\varphi = -20^\circ$, $\theta = -40^\circ$

4. **Konstruktion**

Umgekehrte Aufgabenstellung:

Man kennt die Äquatorebene und den Grundriss eines Punktes.

Konstruiere seine geografische Länge und Breite.

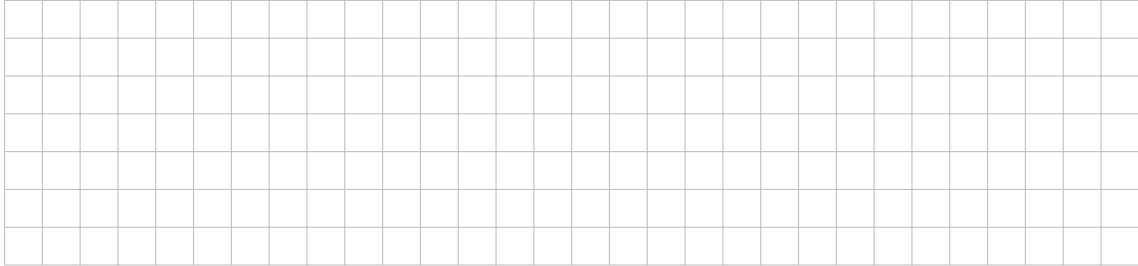
**Lernkontrolle**

Konstruiere (bei gegebenem Äquator) den 35° -Breitenkreis.

1.2. Sphärischer Abstand

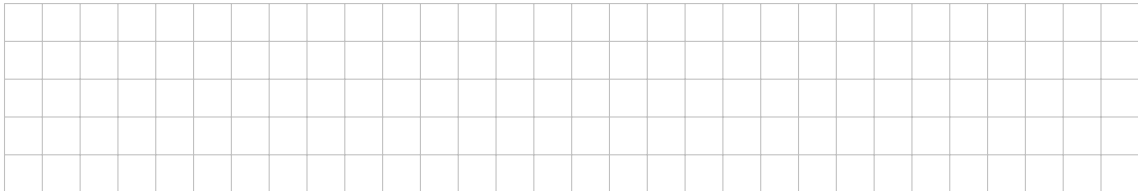
1. Kürzeste Verbindungslinien

In der ebenen Geometrie ist die kürzeste Verbindung zweier Punkte eine Strecke. Welches ist die kürzeste Verbindung zweier Kugelpunkte?



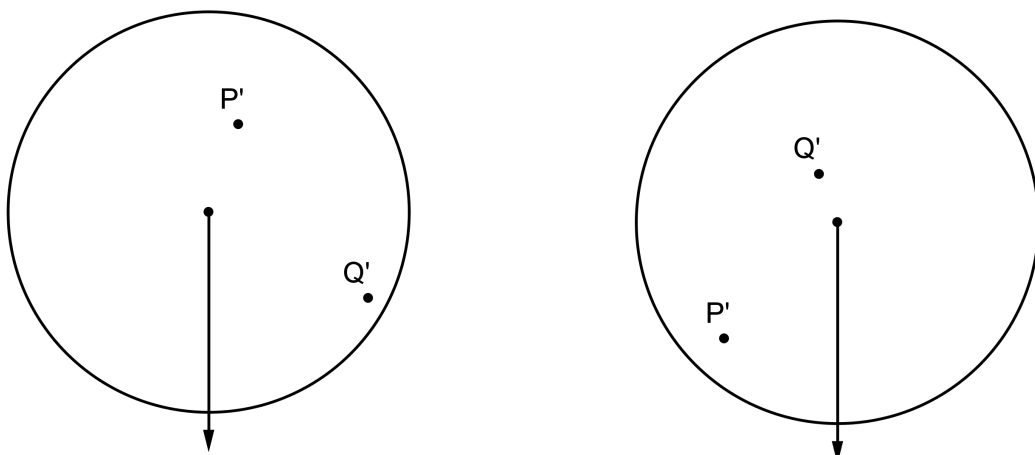
2. Bemerkung

In der ebenen Geometrie gibt es zu zwei vorgegebenen Punkten immer genau eine kürzeste Verbindung.



3. Konstruktion

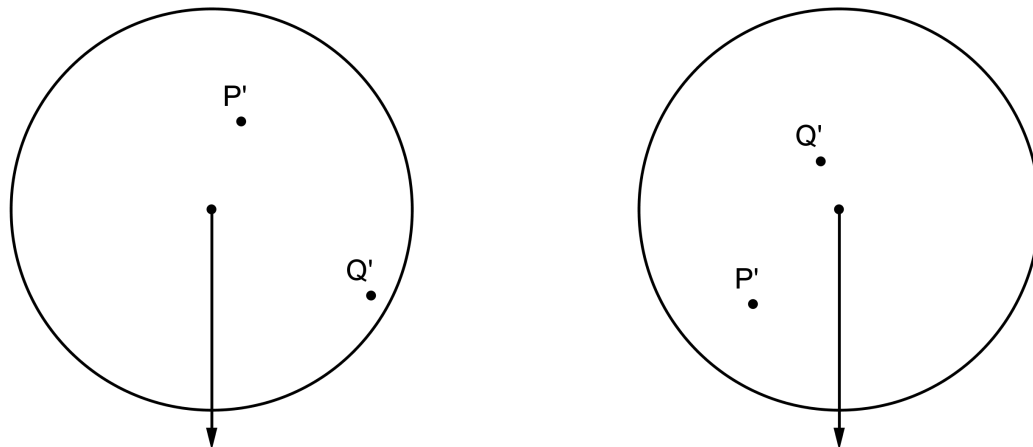
Gegeben sind die Kugelpunkte P und Q , wobei beide Punkte auf der Nordhalbkugel (oder beide auf der Südhalbkugel) liegen sollen. Konstruiere ihren sphärischen Abstand.



4. **Konstruktion**

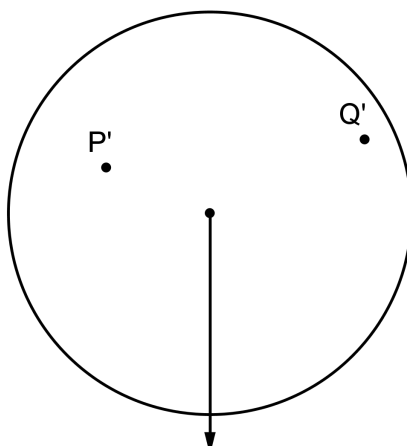
Gegeben sind die Kugelpunkte P und Q , wobei P auf der Nordhalbkugel und Q auf der Südhalbkugel liegen soll.

Konstruiere ihren sphärischen Abstand.

5. **Anwendung**

Gegeben sind die Kugelpunkte P und Q . Die beiden Punkte sollen auf der Nordhalbkugel liegen. Wir stellen uns die Punkte als Orte auf der Erde vor und betrachten die Bahn eines Flugzeugs, welches von P (z.B. Paris) nach Q (z.B. Quito) fliegt.

- Wo ist der nördlichste Punkt der Flugroute?
- Wie gross ist in diesem Punkt der Abstand zum Nordpol?

**Lernkontrolle**

Konstruiere den sphärischen Abstand der Punkte P und Q .
 $P(\varphi = 65^\circ, \theta = 35^\circ)$, $Q(\varphi = -45^\circ, \theta = -55^\circ)$.