2. Geordnete Stichproben

2.1. Geordnete Stichproben mit Wiederholung

1. **Musterbeispiele**

   a) Man hat 9 Kisten in einer Reihe und 6 verschiedenfarbige Kugeln. Auf wie viele Arten kann man die Kugeln auf die Kisten verteilen, wenn die Verteilung beliebig erfolgt?

   b) In einem Behälter befinden sich 8 Zettel mit den Buchstaben A, B, C, D, E, F, G resp. H. Man zieht 5 Mal mit Zurücklegen und schreibt die Buchstaben in der Reihenfolge der Ziehungen hin. Wie viele verschiedene Sequenzen sind möglich?

   Diese Aufgaben sind Beispiele geordneter Stichproben mit Wiederholung. Man überlege sich, was im Aufgabentext jeweils *geordnet* bzw. *mit Wiederholung* bedeutet.

2. **Geordnete Stichproben mit Wiederholung**

   Gegeben ist eine Menge mit n Elementen. Man zieht k Elemente einzeln mit Zurücklegen und notiert die Elemente in der Ziehungsreihenfolge.

   Dann gibt es .....

   .....

3. **Totocalcio**

   Beim italienischen Totocalcio muss zu 13 Fussballspielen je ein Tipp (1, x oder 2) abgegeben werden. (Eine 1 tippt auf einen Sieg der Heimmannschaft, ein x auf ein Unentschieden und eine 2 auf einen Sieg des Gast-Teams.)
   Auf wie viele verschiedene Arten kann man einen Toto-Zettel ausfüllen?

2.2. Geordnete Stichproben ohne Wiederholung

1. **Musterbeispiele**

   a) Man hat 9 Kisten in einer Reihe und 6 verschiedenfarbige Kugeln. Auf wie viele Arten kann man die Kugeln auf die Kisten verteilen, wenn die Kugeln in verschiedene Kisten gelegt werden sollen?

   b) In einem Behälter befinden sich 8 Zettel mit den Buchstaben A, B, C, D, E, F, G resp. H. Man zieht 5 Mal ohne Zurücklegen und schreibt die Buchstaben in der Reihenfolge der Ziehungen hin. Wie viele verschiedene Sequenzen sind möglich?

   Diese Aufgaben sind Beispiele geordneter Stichproben ohne Wiederholung. Man überlege sich, was im Aufgabentext jeweils *geordnet* bzw. *ohne Wiederholung* bedeutet.

2. **Geordnete Stichproben ohne Wiederholung**

   Gegeben ist eine Menge mit n Elementen. Man zieht k Elemente einzeln mit Zurücklegen und notiert die Elemente in der Ziehungsreihenfolge.

   Dann gibt es .....

   .....

3. **Fakultäten**

   Um die möglicherweise sehr langen Produkte einfacher schreiben zu können, definiert man $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$ und liest das als n *Fakultät*. $n!$ ist also das Produkt der ersten n natürlichen Zahlen.

   Mit Fakultäten können wir die Anzahl geordneter Stichproben ohne Wiederholung einfacher schreiben:

4. **Bemerkung**

In der Formel $\frac{n!}{(n-k)!}$ hat der Nenner eine ziemlich aussagekräftige Bedeutung:

5. **Sitzordnungen**

In einem normalen Klassenzimmer der Kanti Zug hat es 24 Stühle für die Schülerinnen und Schüler.

a) Wie viele Sitzordnungen wären bei der aktuellen Klasse theoretisch möglich?

b) Wie viele Sitzordnungen wären möglich, wenn alle Stühle besetzt werden?

c) Schätzaufgabe: Angenommen, man könne alle 5 Sekunden eine neue Sitzordnung herstellen. Wie lange würde es theoretisch dauern, um alle möglichen Sitzordnungen auszuprobieren? Schätze zuerst, rechne dann.

Weinflaschen

Ein Händler hat 20 Sorten Wein. Er stellt in einem Schaukasten 6 Flaschen aus. Wie viele Möglichkeiten hat er (wenn wir vernünftigerweise annehmen, dass er 6 verschiedene Sorten hinstellt)?

2.3. Permutationen ohne Wiederholung

1. **Bemerkung**

   Geordnete Stichproben ohne Wiederholung werden im Fall $n = k$ besonders interessant. In diesem Fall werden alle (unterscheidbaren) Elemente verwendet und angeordnet.

2. **Permutationen ohne Wiederholung**

3. **Übung**

   a) Auf einer Bühne stehen 22 Stühle (fest montiert). Auf wie viele Arten können 22 Leute Platz nehmen?

   b) Auf wie viele Arten kann man die Buchstaben des Wortes SCHULE anordnen?

   c) In einem Regal stehen 12 deutsche, 9 französische, 7 englische und 4 italienische Bücher. Wie viele Anordnungen gibt es, wenn die Bücher gleicher Sprache stets nebeneinander stehen sollen? (Alle Bücher sind verschieden.)

Kunstwerk

Ein Bild bestehe aus 5 in einer Reihe angeordneten Quadraten. Der Künstler bemalt jedes Quadrat mit einer Farbe. Bestimme, wie viele Bilder der Künstler (theoretisch) herstellen könnte.

a) Der Künstler hat 8 Farben und bemalt jedes Quadrat mit einer beliebigen Farbe.

b) Der Künstler hat 12 Farben und bemalt jedes Quadrat mit einer anderen Farbe.

c) Der Künstler hat 5 Farben. Jede Farbe wird einmal verwendet.

d) Der Künstler hat 10 Farben. Jedes Quadrat hat eine andere Farbe, aber ein Quadrat (egal welches) soll rot bemalt sein.