2. Flächenberechnungen

Übungen

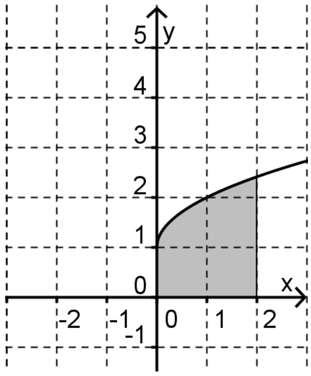
1) Flächenfunktion

Zeichne in ein geeignet gewähltes Koordinatensystem die Flächenfunktion zur diesem Funktionsgraphen ein.

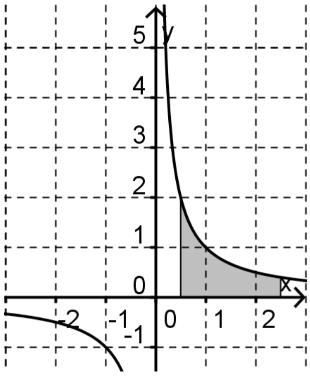
2) Grundaufgaben

Berechne die Flächen ohne Einsatz eines Taschenrechners.

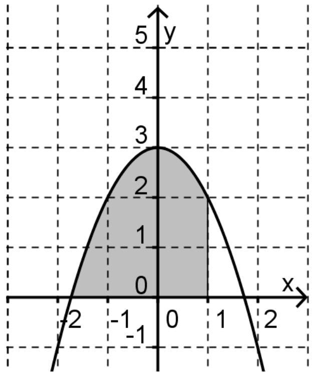
a) $y = \sqrt{x} + 1$



b) $y = \frac{1}{x}$



c) $y = 3 - x^2$



3) Technik des Integrierens

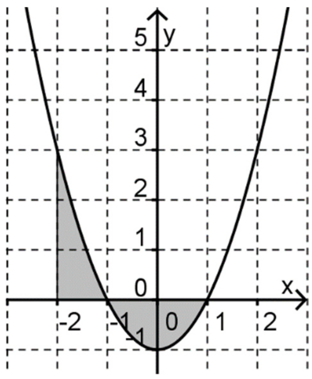
$$\int_1^3 \frac{3 - \sqrt[3]{x} + 3x}{x^3}\, dx =$$

4) Ein Vergleich

Gegeben ist $y = f(x) = x^2 - 1$.

a) Wie gross ist die rechts dargestellte Fläche?

b) Berechne $\int_{-2}^{1} (x^2 - 1)\, dx$. Interpretiere das Ergebnis.



5) Flächenverhältnis

In welchem Verhältnis teilt die Gerade $y = x + 3$ die im I. Quadranten unterhalb der Kurve $y = 9 - x^2$ liegende Fläche?

6) Fläche

Berechne die von den Kurven $y = 6 - x$ und $y = \frac{5}{x}$ eingeschlossene Fläche.

7) Parameter gesucht

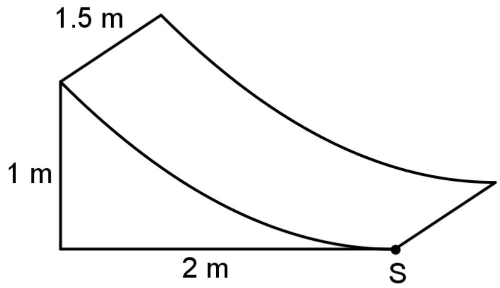
Die Kurve $y = ax^2 - x^3$ soll mit der x-Achse eine Fläche vom Inhalt 4 einschliessen. Wie gross ist a?

8) Beweisaufgabe

Beweise die folgende Aussage.
Für jede positive Zahl a gilt: Die Kurve $y = x^3$ halbiert die im 1. Quadranten unterhalb der Kurve $y = a \cdot x - x^3$ liegende Fläche

9) Rampe

In einem Fun-Park steht eine Rampe wie in der untenstehenden Figur skizziert.
(Die Kurve ist ein Parabelbogen, dessen Scheitel sich im Punkt S befindet.)
Welches Volumen hat diese Rampe?



10) Uneigentliche Integrale

a) Die im I. Quadranten unterhalb von $y = \frac{1}{x^3}$ liegende Fläche wird links begrenzt durch die Gerade x = 3 und reicht nach rechts in Unendliche. Wie gross ist diese Fläche?

b) Wie gross ist die im I. Quadranten unterhalb von $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$ liegende Fläche?

11) Rotationskörper

a) Die im I. Quadranten unter der Kurve $y = 4 - \sqrt{x}$ liegende Fläche rotiert um die x-Achse. Berechne das Volumen des entstehenden Körpers.

b) Das im 1. Quadranten unterhalb der Kurve $y = x \cdot \sqrt{9 - x^2}$ liegende Flächenstück rotiert um die x-Achse. Berechne das Volumen des entstehenden tropfenförmigen Körpers.

12) Vorgegebenes Volumen

Das im ersten Quadranten liegende Stück der Kurve $y = \sqrt{x + 1}$ rotiert um die x-Achse und bildet so die Form eines liegenden Bechers.
An welcher Stelle t muss rechts parallel zur y-Achse abgeschnitten werden, damit der Rotationskörper das Volumen V = 1 erhält?

13) Bogenlänge

Berechne die Länge des Kurvenbogens von $y = x^3$ zwischen den Werten x = 0 und x = 1.

14) Beweisaufgabe

Beweise die Volumenformel für den Kegelstumpf, indem du eine geschickt gewählte Fläche um die x-Achse rotieren lässt.