

Integralrechnung

1. Stammfunktionen

1.1. Berechnen von Stammfunktionen

1) Aufgabenstellung, 1. Form

Gegeben ist die erste Ableitung einer Funktion. $y' = f'(x) = 6x^3 + 5$.
Wir machen also quasi "Kurvendiskussion rückwärts".
Bestimme die Funktion $y = f(x)$

Lösungen:

2) Aufgabenstellung, 2. Form

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 5$.
Gesucht ist eine Funktion $F(x)$, deren erste Ableitung $F'(x) = f(x)$ ist.

Lösung:

3) Definition

Gegeben ist eine Funktion $f(x)$. Die Funktion $F(x)$, für die $F'(x) = f(x)$ gilt, heisst **Stammfunktion** von $f(x)$ oder **unbestimmtes Integral** von $f(x)$.

Schreibweise: $F(x) = \int f(x)dx$

4) Integrieren von Polynomen

a) $y'(x) = x^5 - 3x + \pi$.

$y(x) = \dots\dots\dots$

b) $f'(x) = \sqrt{2} \cdot x^3 - \frac{1}{4}x^2 + a$

$f(x) = \dots\dots\dots$

c) $y''(x) = 3x - 2$. Bestimme $y(x)$

.....

d) $f'(x) = x^n$

e) $\int \left(10 \cdot x^4 - \frac{t}{2} \cdot x^3 \right) dx = \dots\dots\dots$

5) Integrieren von Potenzen

a) $\int \left(3x^4 + \frac{2}{3}\sqrt{x} \right) dx =$

b) $\int \left(4 \cdot \sqrt[4]{x} + \frac{5}{x^2} - \frac{10}{x} \right) dx =$

c) $\int x^n dx = \dots\dots\dots$

6) Übung

a) $\int \left(\frac{x^5}{6} + \frac{6}{x^5} \right) dx =$

b) $\int \left(\sqrt[3]{x} + \frac{\sqrt{3}}{x^3} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{3x} \right) dx =$

7) Integrationsregeln

Eine Summe

Einen konstanten Faktor

Ein konstanter Summand (z.B. + 5)

.....

Zwei verschiedene Stammfunktionen.....

.....

8) Integrale wichtiger Funktionen

.....

.....

9) Anfangsbedingungena) $y' = 2x^2 + 1$. Bestimme $y = f(x)$ mit der Anfangsbedingung $f(3) = 2$

b) Praktisches Beispiel: (Was ist die praktische Bedeutung?)

 $y'' = -10$. Bestimme $y = f(x)$ mit $y'(0) = f'(0) = 0.5$ und $f(0) = 2$

.....

10) Freiwillige Übung

a)
$$\int \left(5 \cdot x^5 + \sqrt[3]{x} - \frac{\sqrt{5}}{x^5} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{5}{x} \right) dx =$$

b)
$$\int \left(\frac{2 \cdot x^2 + x + 2}{x^2} \right) dx =$$

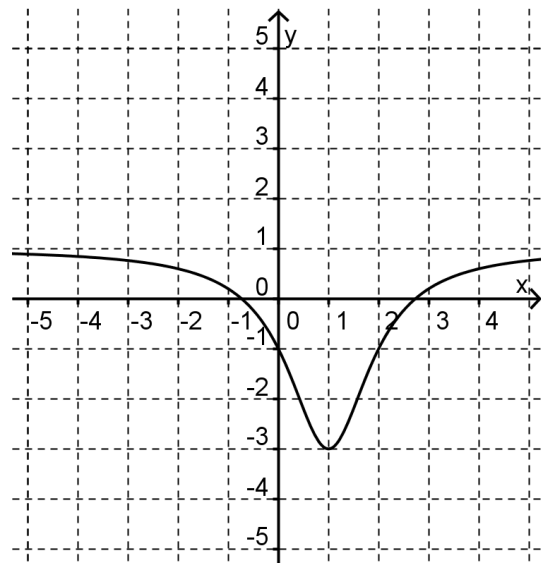
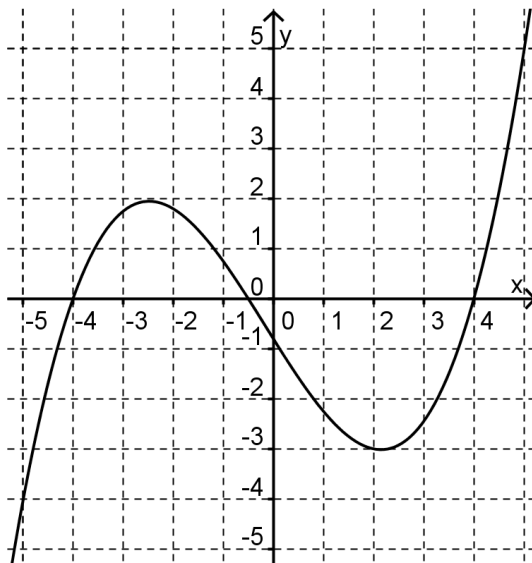
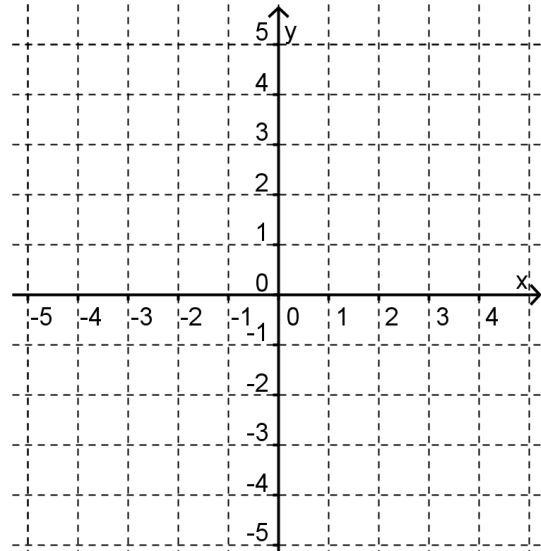
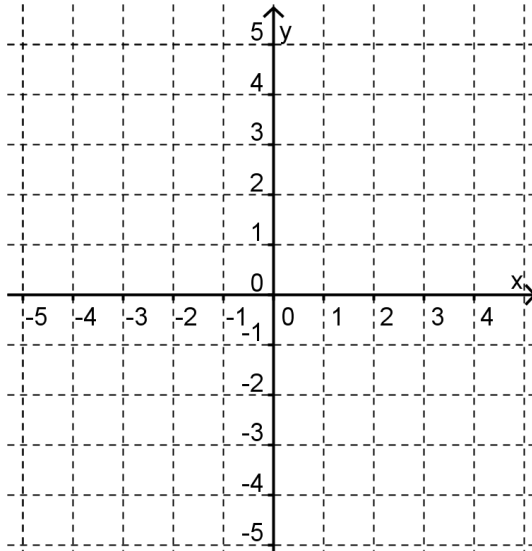
c) $f'(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{x^2}$. Bestimme $f(x)$ mit der Anfangsbedingung $f(2) = 3$.

1.2. Grafisches Bestimmen von Stammfunktionen

1) Musterbeispiel

Wenn man von einer Funktion den Graphen kennt, dann kann man

..... auch den Graphen der Stammfunktion skizzieren.



2) Freiwillige Übung

Zeichne selber passende Koordinatensysteme und bestimme grafisch eine Stammfunktion.

