

2. Eigenschaften von Zahlenfolgen

1. Folgen diskutieren

Bestimme für die nachstehenden Zahlenfolgen:

- Sind sie monoton (wenn ja, wie?) oder alternierend?
- Sind sie beschränkt (bestimme allfällige Grenzen)?
- Haben sie einen Grenzwert? Wenn ja, bestimme diesen Grenzwert.

a) GF mit $a_1 = 100$ und $a_2 = -99$.

b) AF mit $a_1 = 0$ und $d = -3$.

c) Die Folge ist durch $e_1 = 1$; $e_{n+1} = e_n - \frac{1}{n \cdot (n+1)}$ definiert.

d) Die Folge ist gegeben durch $a_n = \frac{2n+1}{n}$.

e) Die Folge beginnt mit: 0.4, 0.44, 0.444, 0.4444, ...

f) $b_n = n \cdot (7 - n)$

2. Repetitionsbeispiele

Bestimme alle Eigenschaften der Folgen.

Gedankenstütze: Monotonie, Grenzen (inf =?, usw.), Grenzwert (lim =?)

a) $a_n = \frac{n}{n^2 + 2}$

b) $b_n = 1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \dots$

c) $c_1 = 20$; $c_{n+1} = 6 - \frac{1}{2} \cdot c_n$

Es könnte nützlich sein, ein paar Folgenglieder auszurechnen und eventuell die Folgen aufzuzeichnen.

3. Variabler Startwert

Eine Folge ist rekursiv definiert: $a_{n+1} = 0.9 \cdot a_n + 1$

a) Setze $a_1 = 1$ und diskutiere die Folge. (Monotonie, Grenzen, Grenzwert).

b) Setze $a_1 = 20$ und diskutiere die Folge. (Monotonie, Grenzen, Grenzwert).

c) Für welche Werte von a_1 wird die Folge abnehmend, für welche zunehmend sein?

4. Rekursive und explizite Definition (Aus einer Prüfung)

Eine Folge ist rekursiv gegeben durch $a_1 = 2$; $a_{n+1} = a_n + \frac{6}{n \cdot (n+1)}$.

a) Berechne die Folgenglieder a_2 , a_3 , a_4 und a_5 .

b) Die explizite Definition hat die Form $a_n = p + \frac{q}{n}$. Berechne p und q .

c) Diskutiere diese Folge (Monotonie, Grenzen: inf = ?, usw.; Grenzwert: lim = ?)