

Dreiecke

1. Formen, Seiten, Winkel

1.1. Seiten, Innenwinkel

1) Bezeichnungen

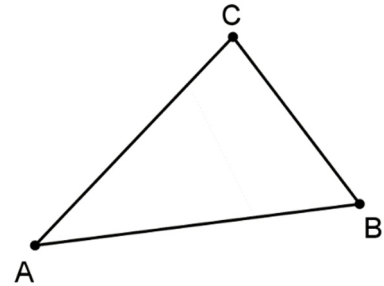
Ein Dreieck wird durch die drei Eckpunkte A, B, C festgelegt.

Die drei Seiten a, b, c werden so beschriftet, dass

.....
.....

Die drei Innenwinkel bezeichnen wir mit

.....
.....



2) Beispiel

Zeichne ein Dreieck und miss alle Seitenlängen sowie alle Innenwinkel.

a =

b =

c =

α =

β =

γ =

3) Satz

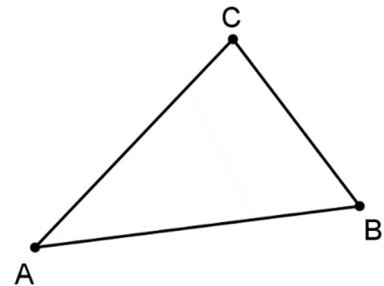
.....
.....

4) Satz

.....
.....

Beweis

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



1.2. Formen von Dreiecken

1) Lückentext

Wir füllen den Text aus:

Wenn ein Dreieck drei gleich lange Seiten hat, dann handelt es sich um ein Dreieck. Dann folgern wir sofort, dass auch und genau betragen. Das hat drei

Wenn ein Dreieck zwei gleich lange Seiten hat, dann handelt es sich um ein Dreieck. Die beiden gleich langen Seiten heissen und die dritte Seite heisst in diesem Fall Die beiden der anliegenden Winkel heissen und sind, weil das Dreieck hat.

Wenn ein Dreieck stumpfen Winkel hat, dann heisst das Dreieck

Wenn das Dreieck einen rechten Winkel hat, dann heisst das Dreieck Die dem rechten Winkel anliegenden Seiten heissen, die dem rechten Winkel gegenüber liegende Seite heisst

Wir folgern, dass die beiden der anliegenden Winkel sind.

Ein Geo-Dreieck ist ein

Ein spitzwinkliges Dreieck ist ein Dreieck mit

2) Zusatz

a) Wie gross ist die Innenwinkelsumme im Viereck?

.....

b) Wie gross ist die Innenwinkelsumme im Fünfeck? Und im Sechseck?

.....

c) Finde eine Formel, wie man die Innenwinkelsumme im n-eck berechnen kann.

.....

1.3. Aussenwinkel

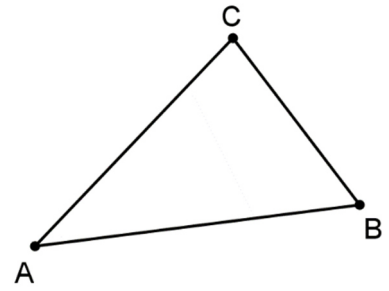
1) Definition

.....

.....

.....

.....



2) Beispiel

Zeichne ein Dreieck und miss alle Innenwinkel sowie alle Aussenwinkel.

Was stellst du fest?

3) Satz

.....

.....

Beweis

.....

.....

.....

.....

4) Satz

.....

.....

Beweis

.....

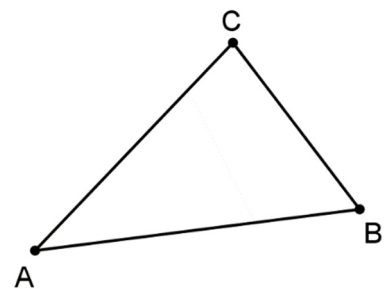
.....

.....

.....

.....

.....



1.4. Winkel berechnen

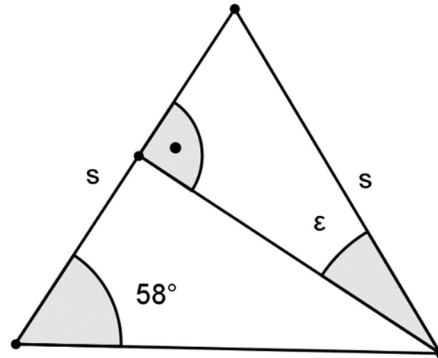
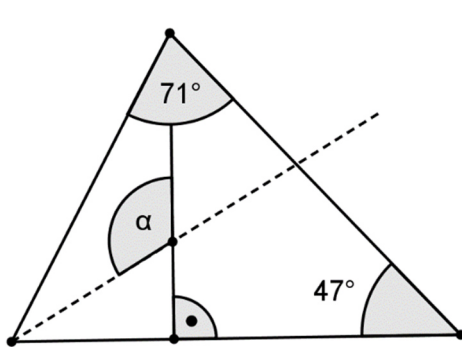
1) Winkelberechnung in Figuren

Berechne die Winkel

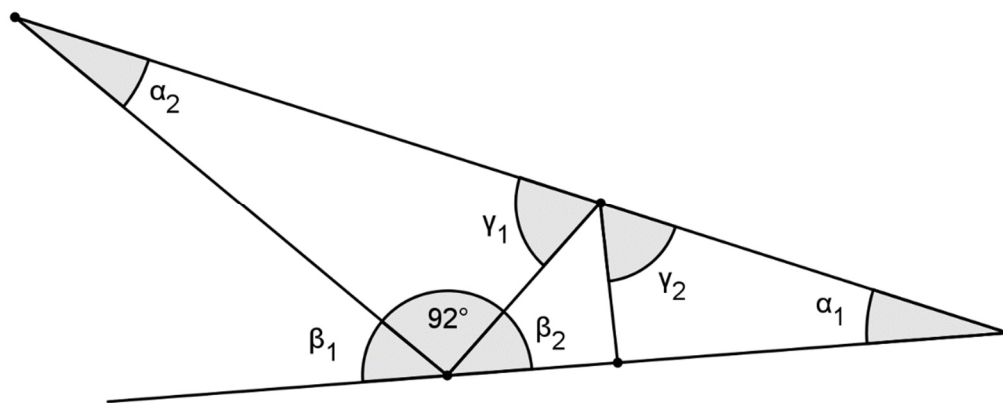
a) $\alpha = ?$

b) $\varepsilon = ?$

(Die gestrichelte Gerade ist Winkelhalbierende.)



c) $\alpha_1 = \alpha_2 = ? \quad \beta_1 = \beta_2 = ? \quad \gamma_1 = \gamma_2 = ?$



Vorsicht: Wenn ein Winkel in einer Figur ein rechter Winkel zu sein scheint, dann darf man diesen Winkel nur als rechten Winkel annehmen, wenn er entweder so bezeichnet ist oder wenn im Verlauf der Aufgabe bewiesen wurde, dass es sich wirklich um einen rechten Winkel handelt.

Entsprechendes gilt beispielsweise auch für Winkelhalbierende oder für Parallelen.

2) Textaufgaben

- a) Berechne α und β , wenn in einem Dreieck $\gamma = 66^\circ$ und der Aussenwinkel $\alpha' = 104^\circ$ gegeben sind.
- b) Welchen spitzen Winkel erhält man im Geo-Dreieck zwischen der Winkelhalbierenden eines spitzen Winkels und der gegenüber liegenden Seite?
- c) Ein gleichschenkliges Dreieck hat einen Innenwinkel von 94° . Überlege zunächst, weshalb diese Angabe bereits zur Lösung der Aufgabe genügt.
 Von einem Punkt der Basis aus zeichnet man ein Lot auf einen Schenkel, wodurch ein rechtwinkliges Dreieck entsteht.
 Wie gross sind die Innenwinkel dieses Dreiecks?

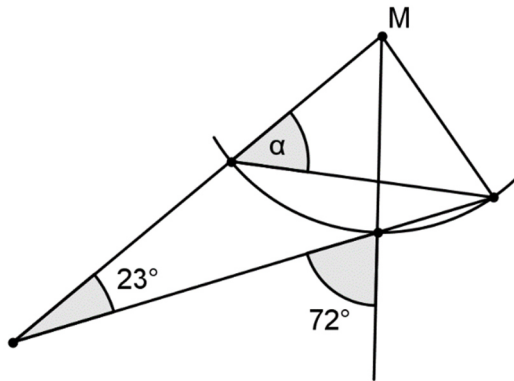
3) Eine Behauptung

Gegeben ist ein (nicht gleichschenkliges) rechtwinkliges Dreieck. Man zeichnet die beiden Winkelhalbierenden der beiden spitzen Winkel.

Behauptung: Der Zwischenwinkel dieser beiden Winkelhalbierenden ist immer derselbe. Stimmt das? Beweis?

4) Knacknuss

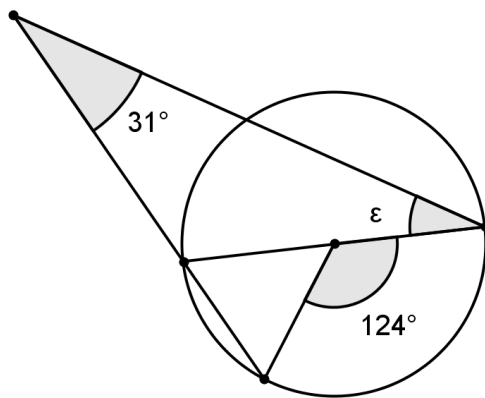
In der folgenden Figur ist M das Zentrum des Kreisbogens.



Berechne den Winkel α .

5) Freiwillige Übung

- a) In einem Dreieck kennt man zwei Innenwinkel, nämlich 36° und 48° . Der dritte, fehlende Winkel soll durch zwei Geraden genau in drei gleich grosse Winkel gedrittelt werden. Bestimme die spitzen Schnittwinkel zwischen diesen beiden Geraden und der gegenüber liegenden Dreiecksseite.
- b) Wie gross ist der Winkel ε in der Figur?



1.5. Der Thaleskreis

1) Herleitung

.....

.....

.....

.....

2) Satz (Thales)

.....

.....

.....

Beweis

.....

.....

.....

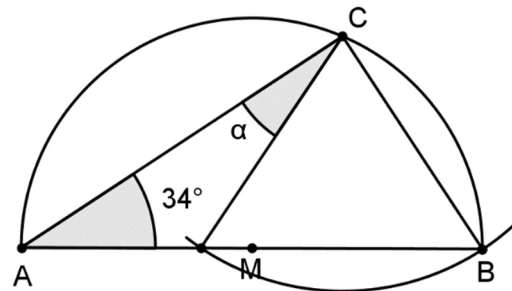
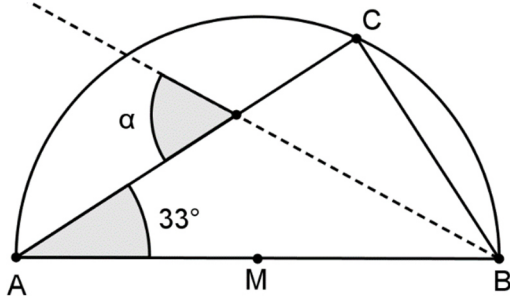
3) Musterbeispiele

Wie gross sind die bezeichneten Winkel?

a)

b)

(Die gestrichelte Gerade ist Winkelhalbierende.)



4) Freiwillige Übung

Berechne die Winkel α , β und γ in der Figur.

(Gestrichelte Linien sind Winkelhalbierende.)

