

3. Polynomfunktionen

Übungen

1) Kurvendiskussionen

- a) Gegeben ist $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$. Führe eine Kurvendiskussion durch.
- b) $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.
- c) $y = f(x) = x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 4$.
- d) $y = f(x) = x^3 - 6x + 5$.
- e) $y = f(x) = x^4 - 3x^2 - 1$.

2) Mehrfache Nullstellen

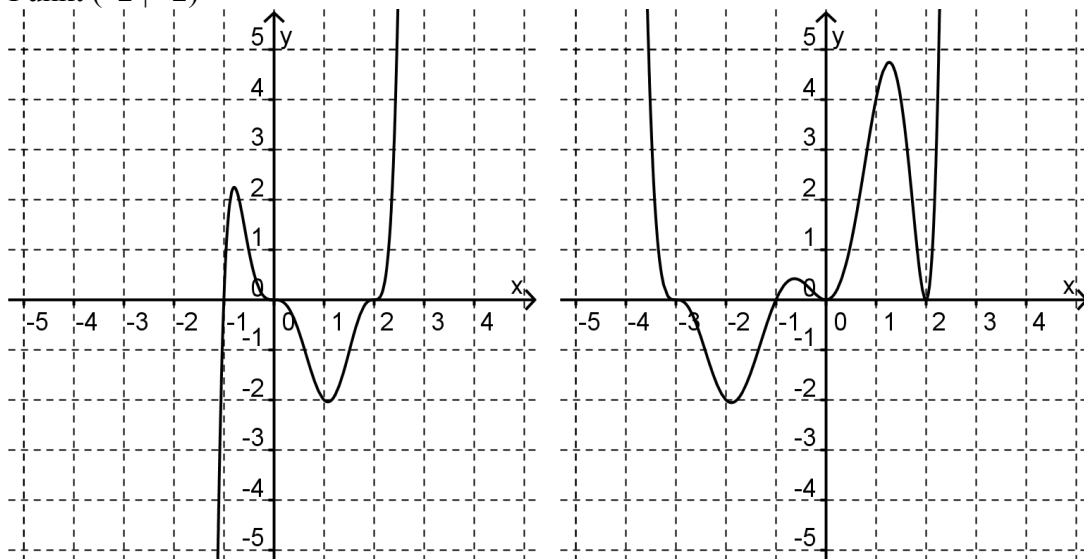
- a) $y = f(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$.
- b) $y = f(x) = x^4 + 3x^3 - 10x^2$.
- c) $y = f(x) = \frac{1}{6} \cdot x^4 - x^3 + 2x^2$

3) Terrassenpunkte

- a) $y = f(x) = 6x^5 - 15x^4 + 10x^3$.
- b) $y = f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 1$.
- c) $y = f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^5 + 2x^4 + \frac{1}{2} \cdot x^3 - 5x^2 - 2x + 4$

4) Mehrfache Nullstellen

- a) Bestimme alle Nullstellen von $y = f(x) = x^5 - 6x^4 + x^3 + 24x^2 + 16x$ mitsamt Vielfachheit.
- b) Ebenso für $y = f(x) = (x + 2)^2 \cdot (x - 3)^3 \cdot (x - 17)$
- c) Wie viele Nullstellen kann eine Polynomfunktion 6. Grades haben?
- d) Welche Funktionsgraphen sind in den beiden Graphiken dargestellt?
Der Funktionsgraph links ist nicht überhöht, der Funktionsgraph rechts geht durch den Punkt $(-2 | -2)$



5) Überlegungsaufgabe

Finde eine Funktion mit drei Terrassenpunkten.

6) Wendetangenten

Gegeben ist $y = f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 2$. Bestimme den Schnittpunkt und den spitzen Zwischenwinkel der beiden Wendetangenten.

7) Funktionskurven bestimmen

Bestimme jeweils die Funktionsgleichung

- Bestimme diejenige Polynomfunktion 3. Grades, welche im Ursprung die x-Achse und an der Stelle $x = 3$ die Gerade $y = x + 4$ als Tangenten haben.
- Bestimme diejenige Polynomfunktion 4. Grades, welche im Punkt $(0 | 5)$ einen Terrassenpunkt hat und die x-Achse im Punkt $(1 | 0)$ berührt.

8) Extremalwertaufgabe

In welchem Punkt ist die Kurve $y = x^3 + 1.5x^2 + 4x - 217$ am flachsten?

9) Maximale Flächen

- Eine Figur besteht aus einem Rechteck mit aufgesetztem Halbkreis. Der Umfang soll 2 m betragen. Bestimme Breite und Höhe des Rechtecks so, dass die Figur möglichst grosse Fläche hat.
- Der oberhalb der x-Achse liegenden Fläche unter der Kurve $y = 4 - x^2$ wird ein Rechteck einbeschrieben, von dem eine Seite auf der x-Achse liegt. Wie hoch wird das Rechteck, wenn es maximale Fläche haben soll?

10) Minimaler Abstand

Welcher Punkt der Kurve $y = \frac{x^3}{3} - x$ liegt am nächsten zum Punkt $P(1 | 1)$?

11) Quader

Aus 108 cm Draht soll das Modell eines Quaders hergestellt werden. Wie gross kann dessen Volumen höchstens werden, wenn die Bodenfläche ein 2×1 – Rechteck sein soll?

12) Pyramide

4 Zeltstangen von je 5 m Länge werden so aufgestellt, dass sie eine gerade quadratische Pyramide bilden. Wie hoch muss diese Pyramide sein, damit deren Volumen möglichst gross wird?

Zusatz: Wie viel Zeltstoff (Oberfläche!) wird benötigt, um dieses Zelt (ohne Bodenfläche) herzustellen.