

3. Grundaufgaben der Differenzialrechnung

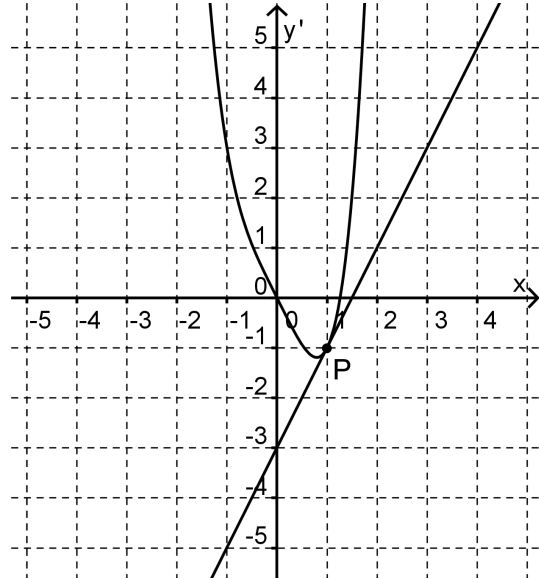
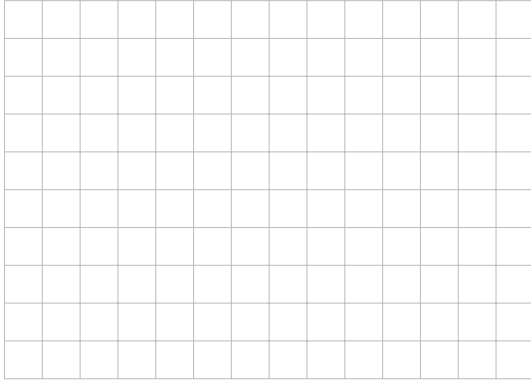
3.1. Tangenten

1. Gegebener Kurvenpunkt

Gegeben ist die Funktion

$$y = f(x) = x^4 - 2x.$$

Bestimme die Gleichung der Kurventangente im Kurvenpunkt $P(1 \mid \dots)$.

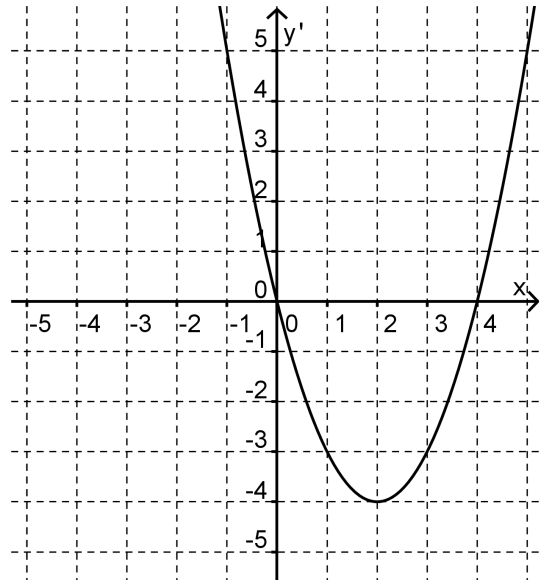


2. Vorgegebene Steigung

Gegeben ist die Funktion

$$y = f(x) = x^2 - 4x.$$

Bestimme die Gleichung derjenigen Kurventangente, welche eine Steigung von $m = 2$ aufweist.



Übung

Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = -x^2 + 3x + 2$.

Bestimme die Kurventangente ...

a) ... im Kurvenpunkt $A(3 \mid \dots)$.

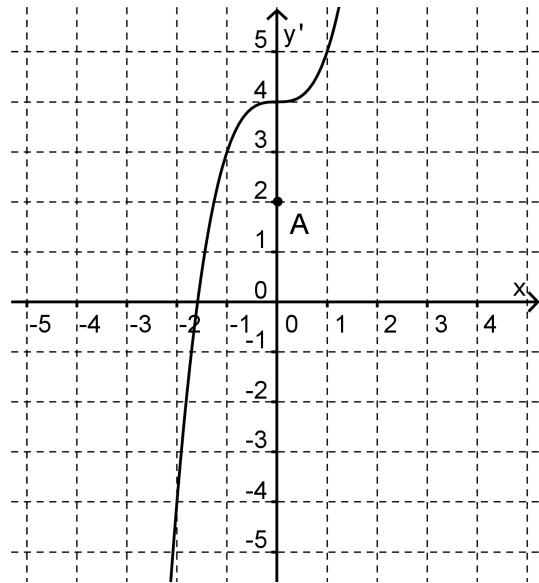
b) ... mit Steigung $m = 5$

3. Gegebener Punkt

Gegeben ist die Funktion

$$y = f(x) = x^3 + 4.$$

Bestimme die Gleichung derjenigen Kurventangente, welche durch den Punkt $A(0|2)$ geht.

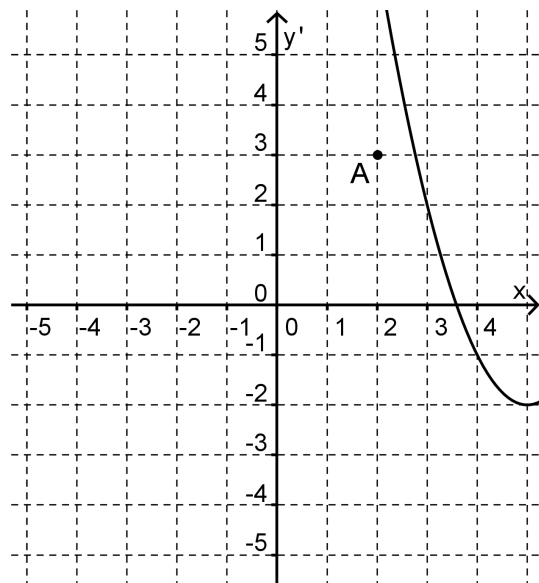


4. Gegebener Punkt

Gegeben ist die Funktion

$$y = f(x) = x^2 - 10x + 23.$$

Bestimme die Gleichung derjenigen Kurventangente, welche durch den Punkt $A(2|3)$ geht.



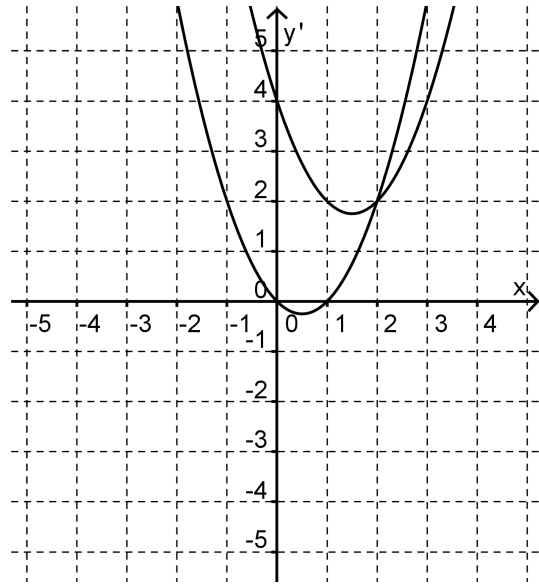
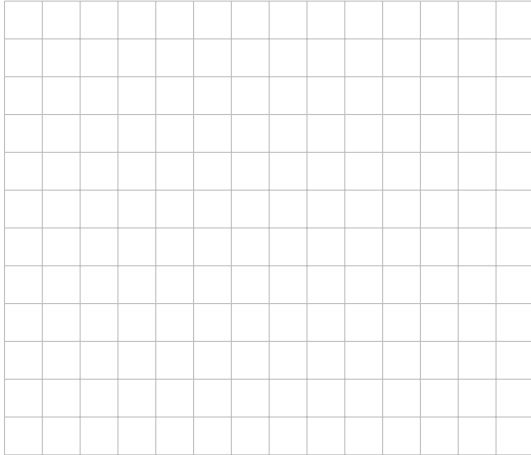
Übung
 Bestimme die Gleichung einer Tangente an die Funktionskurve von $y = f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$, welche durch $P(5|0)$ geht.

3.2. Schnittwinkel

1. Musterbeispiel

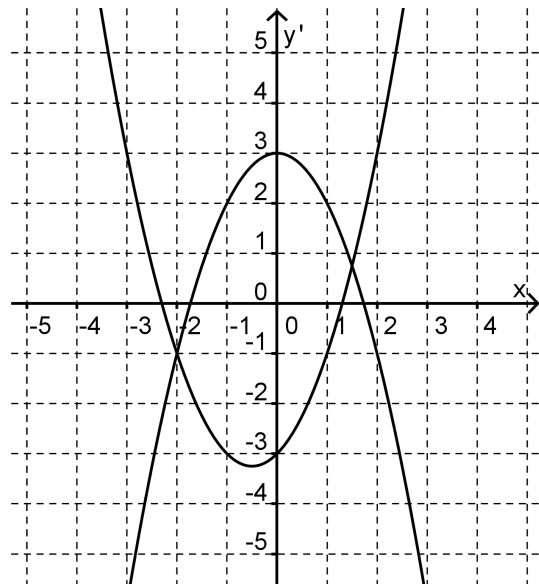
Gegeben sind $y = f(x) = x^2 - 3x + 4$
 und $y = g(x) = x^2 - x$.

Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes und den Schnittwinkel.



2. Musterbeispiel

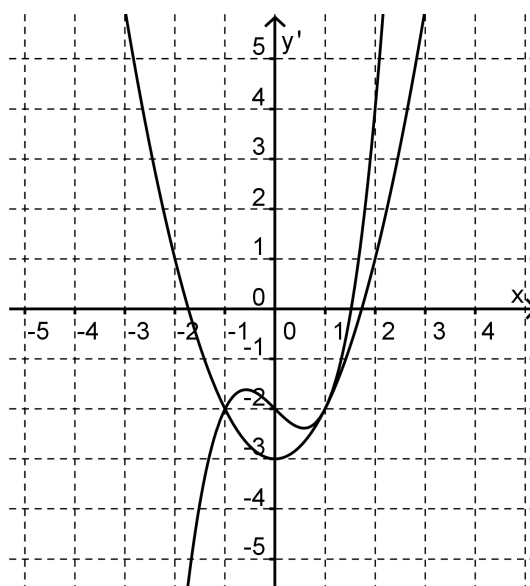
Gegeben sind $y = f(x) = x^2 - x - 3$
 und $y = g(x) = 3 - x^2$.



Übung
 Bestimme alle Schnittpunkte und Schnittwinkel der Kurven
 $y = x^3 - 2x$ und $y = x^2$.

3. **Berührung zweier Kurven**

Gegeben sind $y = f(x) = x^3 - x - 2$
 und $y = g(x) = x^2 - 3$.
 Zeige, dass sich die beiden Kurven berühren.



4. **Bemerkung**

Zwei Kurven berühren sich, wenn

.....

.....

.....

5. **Überlegung**

Was ist mathematisch stärker: *berühren* oder *schneiden*?

.....

.....

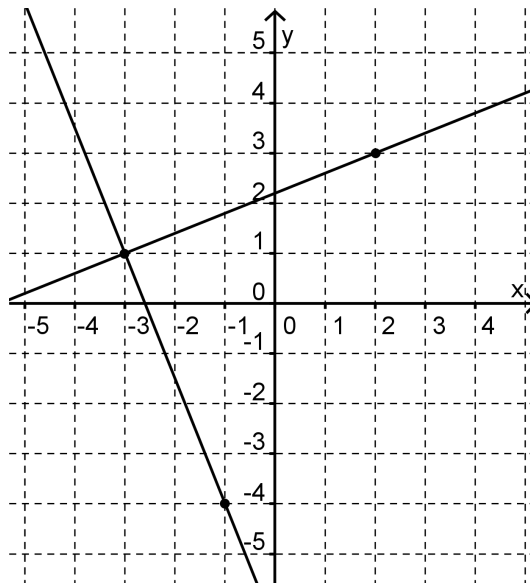
Aus einer Prüfung

Gegeben sind: $y = f_1(x) = x^3 - 16x - 15$, $y = f_2(x) = x^2 + 5$.
 Die beiden Funktionskurven schneiden sich in einem Punkt S und berühren sich in einem anderen Punkt B .
 Bestimme die Koordinaten von S und B , den Zwischenwinkel der beiden Kurven im Punkt S und die Gleichung der gemeinsamen Tangente im Punkt B .

3.3. Kurvennormalen

1. Senkrecht stehende Geraden

Die beiden Geraden in der Figur rechts stehen rechtwinklig aufeinander. Dann gilt:



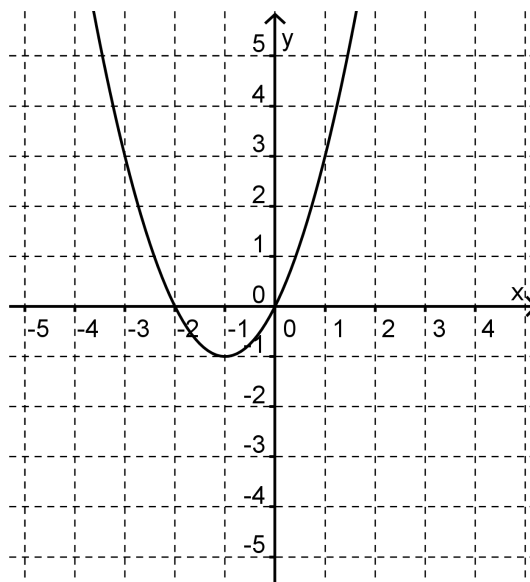
2. Definition

Das Lot auf eine Kurventangente

.....

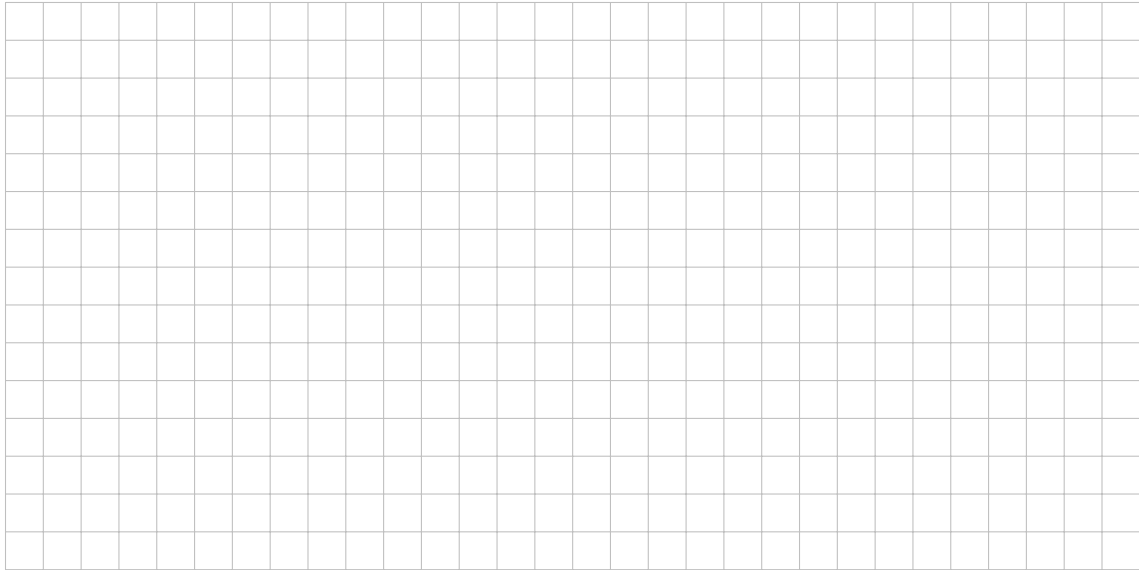
3. Gegebener Kurvenpunkt

Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = x^2 + 2x$.
Bestimme die Gleichung der Kurvennormalen im Kurvenpunkt $P(1 | \dots)$.



4. **Kurvennormale von einem Punkt aus**

Welche vom Koordinatenursprung ausgehende Gerade ist Kurvennormale an die Funktion $y = (x - 3)^2$?

**Behauptung**

Die Kurven $y = x^3 - x + 2$ und $y = -x^2 + x + 2$ schneiden sich im I. Quadranten rechtwinklig. Stimmt das? (Begründe.)