

2. Der Differenzialquotient

Lösungen

1) Technik des Differenzierens

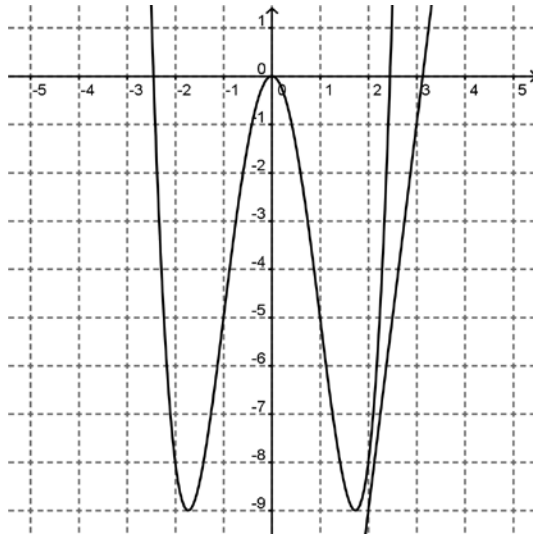
a) $y' = 3x^2 - 4x + 5, y'' = 6x - 4$

b) $y' = -x^{-2} + 3x^{-4} = -\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4}, y'' = 2x^{-3} - 12x^{-5} = \frac{2}{x^3} - \frac{12}{x^5}$

c) $y' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}, y'' = -\frac{1}{4} x^{-\frac{3}{2}}$

2) Tangenten

a) Skizze:



b) $(2 | -8)$

c) $y = 8x - 24$

d) Zwei Tangenten (die andere Tangente berührt die Kurve an der Stelle $x = -1$)

3) Kurvennormale

$y = -6x + 57$

4) Berührung

Im gemeinsamen Kurvenpunkt $(-1 | 6)$ haben beide Kurven Steigung $m = -2$.
[Der Schnittwinkel im anderen gemeinsamen Punkt beträgt 9.37°]

5) Rechtwinklig schneiden

In den Schnittpunkten $(\pm 2 | 4)$ gilt $m_1 \cdot m_2 = -1$.

6) Schnittwinkel

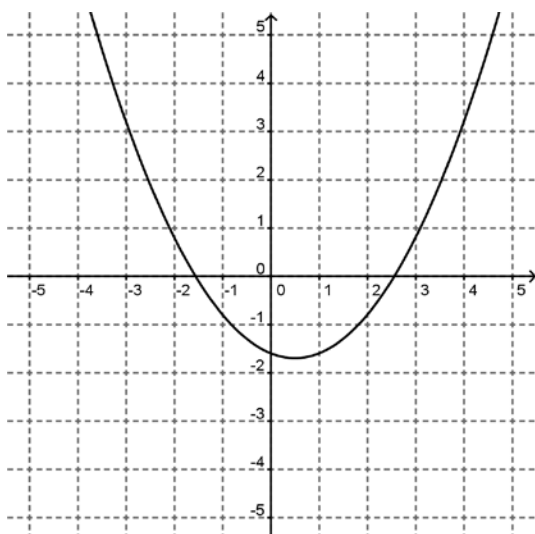
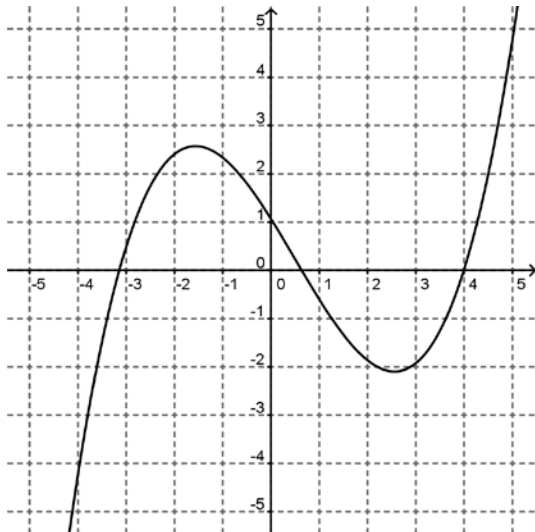
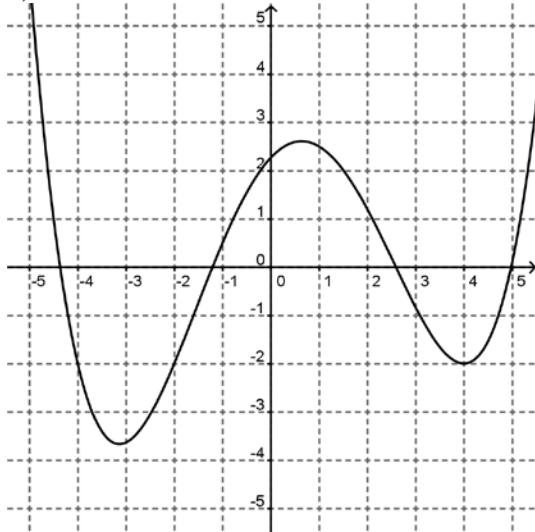
$S_1(2 | 6), \alpha_1 = 5.906^\circ$ und $S_2(-1 | 3), \alpha_2 = 15.255^\circ$

7) Differenzialquotient

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+\Delta x} - \frac{1}{x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{x - (x + \Delta x)}{(x + \Delta x) \cdot x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-\Delta x}{(x + \Delta x) \cdot x \cdot \Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-1}{(x + \Delta x) \cdot x} = -\frac{1}{x^2}$$

8) Grafisches Ableiten

a)



b)

