

# Differenzialrechnung

## 1. Der Funktionsbegriff

### 1.1. Mathematische Fachbegriffe

#### 1. Definition

Eine Funktion .....

.....

.....

.....

Wir schreiben .....

#### 2. Wertetabelle

Wir betrachten die Funktionsgleichung einer Parabel  $y = f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 2$ .

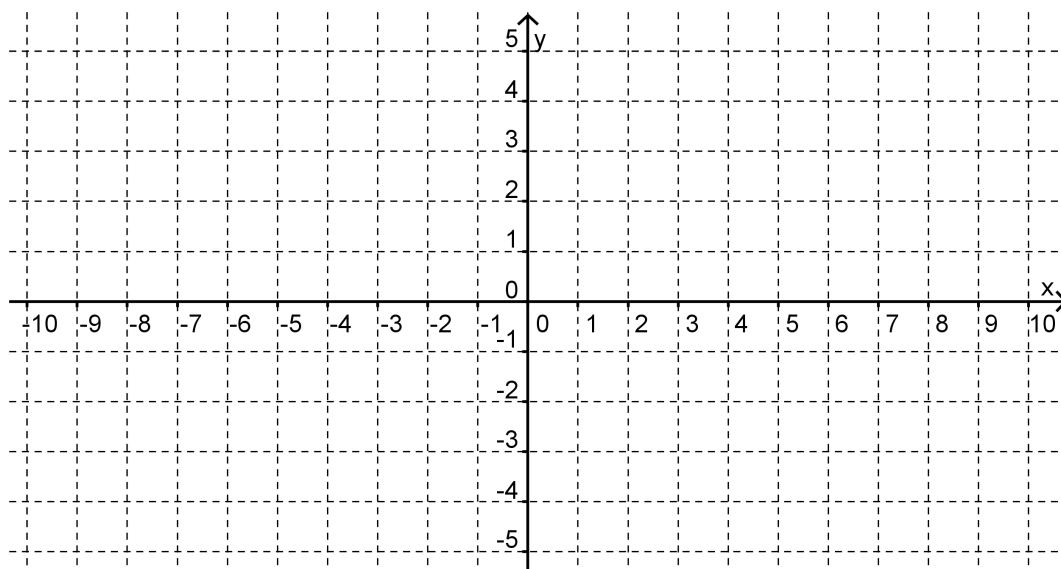
$x =$	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$y = f(x)$									

#### 3. Der Funktionsgraph

.....

.....

.....

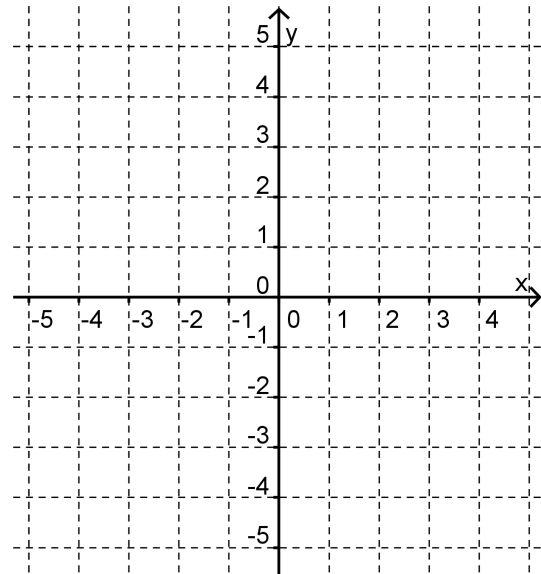


## 1.2. Sorten von Funktionen

### 1. Lineare Funktionen

Eine lineare Funktion hat allgemein die Form  $y = f(x) = m \cdot x + v$ .

Beispiel:  $y = f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$



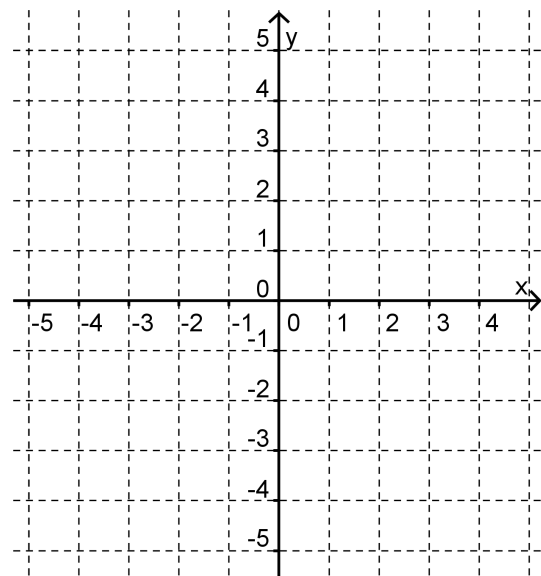
Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Steigung und dem Steigungswinkel einer Geraden?

.....

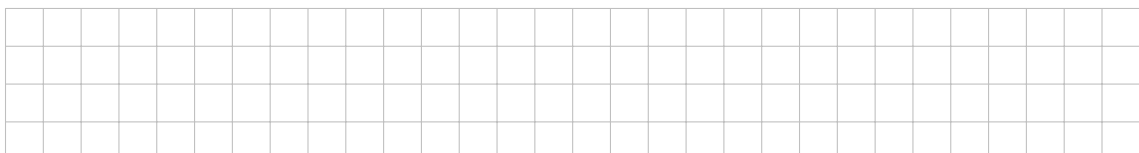
### 2. Quadratische Funktionen

Eine quadratische Funktion hat allgemein die Form  $y = f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ .

Beispiel:  $y = f(x) = x^2 - 4x - 1$



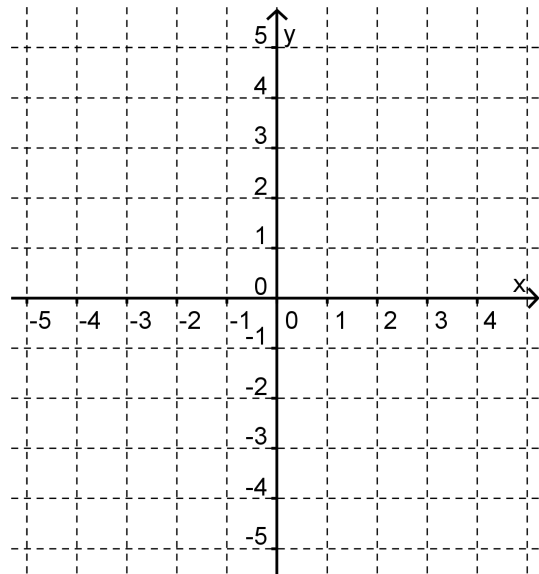
Wie bestimmt man die Nullstellen der Parabel?  
 Und wie erhält man die Koordinaten des Scheitelpunkts?



3. **Potenz- und Wurzelfunktionen**

$$y = f(x) = \sqrt{x}$$

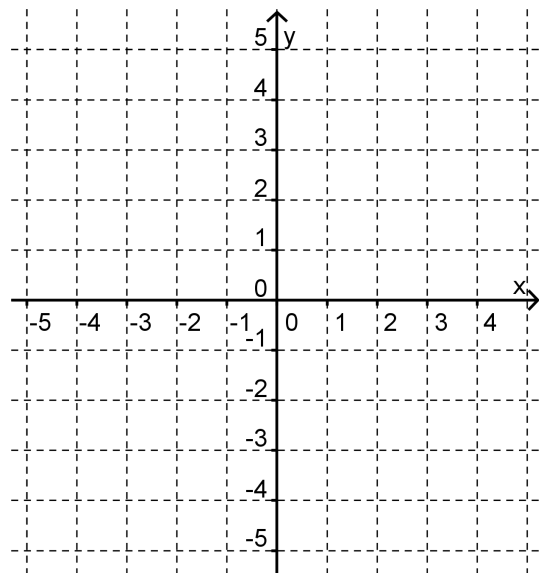
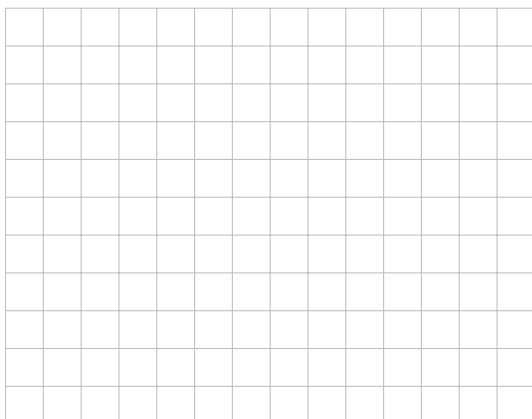
$$y = g(x) = \frac{1}{x}$$



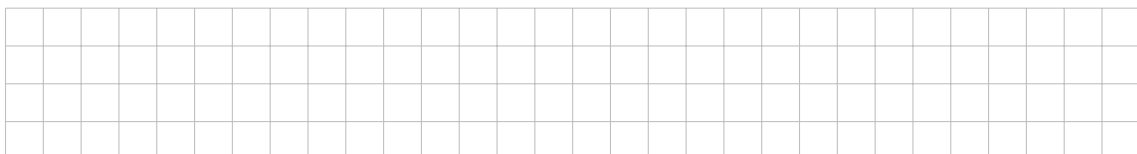
4. **Exponentialfunktionen**

$$y = f(x) = 2^{x-3}$$

$$y = g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$$



Welche Bedeutung haben die Konstanten in den obigen Beispielen?



**Übung**  
 Bestimme die Nullstellen der Funktion  $y = g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$  von Hand, d.h. ohne Einsatz eines Taschenrechners.

### 1.3. Grundaufgaben zu Funktionen

1. Funktionswerte bestimmen

- a)  $y = f(x) = \frac{1}{2} \cdot x - 2$ . Bestimme  $f(3) = \dots\dots\dots$
- b)  $y = f(x) = x^2 - x - 2$ . Bestimme  $f(0) = \dots\dots\dots$
- c)  $y = f(x) = x^3 - 4x$ . Bestimme  $f(t) = \dots\dots\dots$
- d)  $y = f(x) = 3x - 7$ . Bestimme  $f(2n - 1) = \dots\dots\dots$
- e)  $y = f(x) = \sqrt{x}$ . Bestimme  $f(-1) = \dots\dots\dots$

2. Argumente bestimmen

- a)  $y = f(x) = x^2 - x - 3$ . Bestimme  $x$  so, dass  $f(x) = 3$ .
- b)  $y = f(x) = 2^x - 3$ .  $f(x) = 5$ . Wie gross ist  $x$ ?
- c)  $y = f(x) = 1 - x^2$ .  $f(x) = 3$ . Wie gross ist  $x$ ?



Für einen Funktionswert  $y = f(x) \dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

3. Geradengleichung bestimmen

- a) Man kennt zwei Punkte:  $(5 | 12)$  und  $(8 | 4)$ .
- b) Man kennt einen Punkt:  $(15 | 3)$  und die Steigung  $m = -\frac{1}{2}$ .



**4. Parabelgleichung bestimmen**

Eine Parabel geht durch die Punkte  $(1|4)$  ,  $(2|7)$  und  $(3|6)$  .  
Bestimme die Funktionsgleichung.

**5. Funktionsparameter bestimmen**

Die Funktion  $y = f(x) = x \cdot \sqrt{t - x}$  geht durch  $(4|1)$  . Bestimme  $t$ .

**6. Schnittpunkte**

In welchen Punkten schneiden sich die Parabeln  $y = f_1(x) = 2x^2 - 3x + 3$  und  $y = f_2(x) = x^2 + x + 8$ ?

Schnittpunkte bestimmen heisst.....  
.....

**Übung**  
 $y = f(x) = a \cdot 2^x$  geht durch  $(2|1)$  . Wie gross ist  $a$ ?

## 1.4. Anwendungen

### 1. Umrechnen von Grad-Skalen

Die Umrechnung von Celsiusgrad in Fahrenheit erfolgt mit einer linearen Funktion, wobei man weiss, dass  $0^\circ\text{C} = 32^\circ\text{F}$  und  $100^\circ\text{C} = 212^\circ\text{F}$  entspricht.

- Bestimme die Funktionsgleichung  $F = f(C)$ .
- Wenn ein Mensch Fieber hat, dann hat er eine Temperatur von etwa 100 F. Welcher Temperatur entspricht das in  $^\circ\text{C}$ ?



### 2. Kugelstossen

Ein Kugelstösser gibt seine Kugel in 2 Metern Höhe ab. Den höchsten Punkt der Flugkurve erreicht die Kugel in genau 4 Meter Horizontalentfernung vom Kugelstösser. Die Kugel ist dann 3.5 Meter über dem Boden.

Wegen der Schwerkraft ist die Flugbahnkurve eine Parabel, denn sinnvollerweise rechnen wir ohne Nebeneffekte wie Windeinflüsse usw.

Wie weit hat der Kugelstösser die Kugel geworfen?



**3. Temperaturmessung**

Die Temperatur von Kaffee kann mit der Funktionsgleichung  $y = f(t) = a \cdot b^t + c$  beschrieben werden. Zur Zeit  $t = 0$  sei der Kaffee  $72^\circ\text{C}$  warm, nach einer Minute messen wir eine Temperatur von  $62^\circ\text{C}$  und nach 2 Minuten noch  $54^\circ\text{C}$ .

- a) Bestimme  $a$ ,  $b$  und  $c$ .
- b) Wie warm ist es in dem Zimmer, in dem die Kaffeetasse steht?
- c) Wie kalt ist der Kaffee nach 10 Minuten?
- d) Wann muss man den Kaffee trinken, wenn er  $45^\circ\text{C}$  warm sein soll?

