

Differenzialrechnung

1. Der Funktionsbegriff

1.1. Mathematische Fachbegriffe

1) Definition

Eine Funktion

.....

.....

.....

Wir schreiben

2) Beispiel

Als Beispiel für diese Seite dient uns die Funktionsgleichung einer Wurfparabel:

$$y = f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 2 .$$

3) Wertetabelle

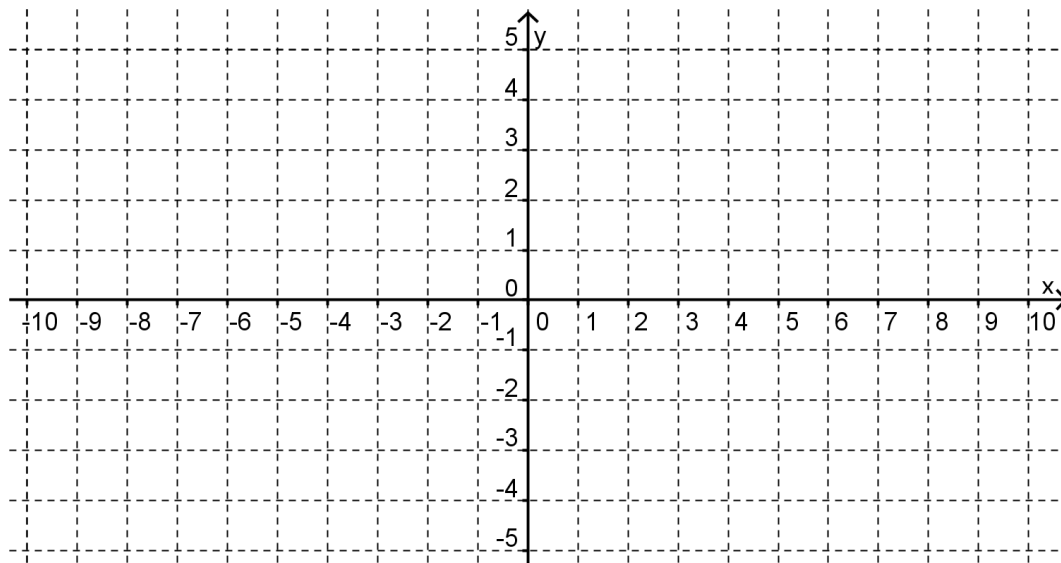
x =	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y =									

4) Der Funktionsgraph

.....

.....

.....



5) Nullstellen

.....

.....

1. 2. Sorten von Funktionen

1) Lineare Funktionen

Beispiel: $y = f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$

.....

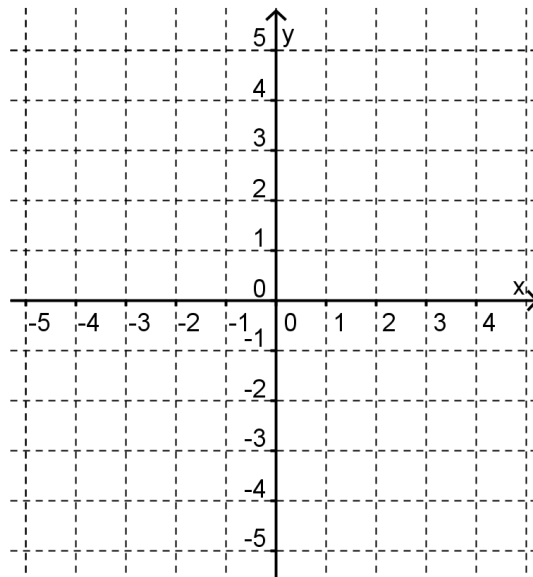
.....

.....

.....

.....

.....



Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Steigung und dem Steigungswinkel einer Geraden?

.....

2) Quadratische Funktionen

Beispiel: $y = f(x) = x^2 - 4x - 1$

.....

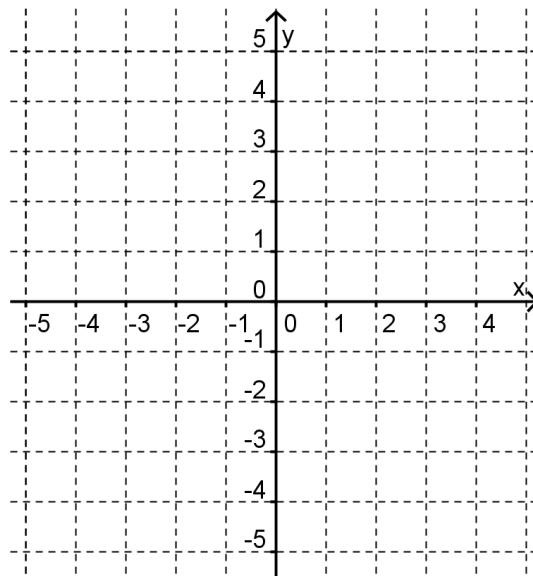
.....

.....

.....

.....

.....



Wie bestimmt man die Nullstellen der Parabel?

.....

Wie erhält man die Koordinaten des Scheitelpunkts?

.....

3) Potenz- und Wurzelfunktionen

Beispiele: $y = f(x) = \frac{1}{x^2}$, $y = g(x) = \sqrt{x}$

.....

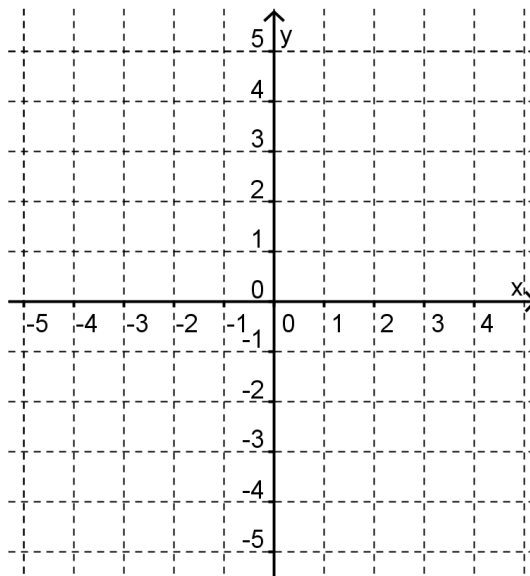
.....

.....

.....

.....

.....



4) Exponentialfunktionen

Beispiele: $y = f(x) = 2^{x-3}$ und

$$y = g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$$

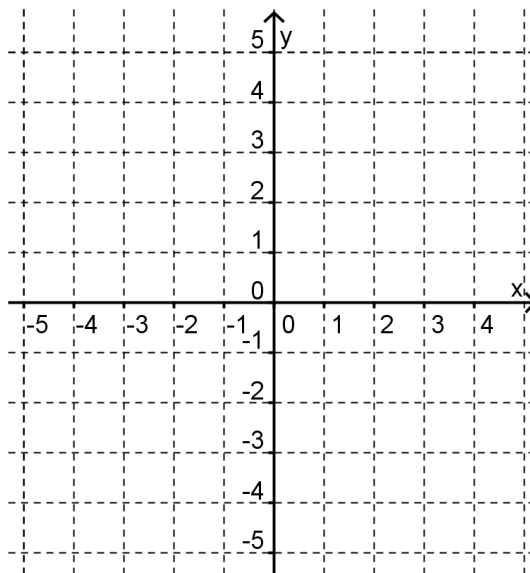
.....

.....

.....

.....

.....



1.3. Grundaufgaben zu Funktionen

1) Funktionswerte bestimmen

- a) $y = f(x) = \frac{1}{2} \cdot x - 2$ Bestimme $f(3)$
- b) $y = f(x) = x^2 - x - 2$ Bestimme $f(0)$
- c) $y = f(x) = x^3 - 4x$ Bestimme $f(t)$
- d) $y = f(x) = 3x - 7$ $f(2n - 1) =$
- e) $y = f(x) = \sqrt{x}$ $f(-1)$

2) Argumente bestimmen

- a) $y = f(x) = x^2 - x - 3$ Bestimme x so, dass $f(x) = 3$.
- b) $y = f(x) = 2^x - 3$. $f(x) = 5$. Wie gross ist x ?
- c) $y = f(x) = 1 - x^2$. $f(x) = 3$.

3) Geradengleichung bestimmen

- a) Man kennt zwei Punkte: $(5 | 12)$ und $(8 | 4)$
- b) Man kennt einen Punkt $(15 | 3)$ und die Steigung $m = -\frac{1}{2}$.

4) Parabel bestimmen

Eine Parabel geht durch die Punkte $(1 | 4)$, $(2 | 7)$ und $(3 | 6)$.
Bestimme die Funktionsgleichung

5) Weitere Funktionen bestimmen

Die Funktion $y = f(x) = x \cdot \sqrt{t - x}$ geht durch $(4 | 1)$. Bestimme t .

6) Schnittpunkte

In welchen Punkten schneiden sich die Parabeln
 $y = f_1(x) = 2x^2 - 3x + 3$ und $y = f_2(x) = x^2 + x + 8$?

7) Funktionsgraphen

Wir gehen aus von der Funktion $y = 2^x$.
Das Ändern der Funktionsgleichung wirkt sich auf den Funktionsgraphen aus.
Wie entsteht der jeweilige neue Funktionsgraph aus dem Graphen von $y = 2^x$?

- a) $y = 2^x - 3$
- b) $y = 2^{x-3}$
- c) $y = -2^x$
- d) $y = 2^{-x}$
- e) $y = 3 \cdot 2^x$
- f) $y = 2^{3x}$

1. 4. Anwendungen

1) Umrechnen von °C in °F

Die Umrechnung von Celsiusgraden in Fahrenheit erfolgt mit einer linearen Funktion, wobei man weiss, dass $0^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{F}$ und $100^{\circ}\text{C} = 212^{\circ}\text{F}$ entspricht.

- Bestimme die Funktionsgleichung $F = f(C)$.
- Wenn ein Mensch Fieber hat, dann hat er eine Temperatur von etwa 100°F . Welcher Temperatur entspricht das in $^{\circ}\text{C}$?

2) Kugelstossen

Ein Kugelstösser gibt seine Kugel in 2 Metern Höhe ab. Den höchsten Punkt der Flugkurve erreicht die Kugel in genau 4 Meter Horizontalentfernung vom Kugelstösser. Die Kugel ist dann 3.5 Meter über dem Boden.

Wegen der Schwerkraft ist die Flugbahnkurve eine Parabel, denn sinnvollerweise rechnen wir ohne Nebeneffekte wie Windeinflüsse usw.

Wie weit hat der Kugelstösser die Kugel geworfen?

3) Temperaturmessung

Die Temperatur von Kaffee kann mit der Funktionsgleichung $y = f(t) = a \cdot b^t + c$ beschrieben werden. Zur Zeit $t = 0$ sei der Kaffee 72° warm, nach einer Minute messen wir eine Temperatur von 62° und nach 2 Minuten noch 54° .

- Bestimme a, b und c.
- Wie warm ist es in dem Zimmer, in dem die Kaffeetasse steht?
- Wie kalt ist der Kaffee nach 10 Minuten?
- Wann muss man den Kaffee trinken, wenn er 45° warm sein soll?

4) Kügelchen

Eine Maschine produziert Kügelchen, wobei die Herstellung aus einem stets gleich dichten Material erfolgt.

Ein Kügelchen von 1 cm Durchmesser wiegt 14.3 g.

Bestimme eine Funktion, welche zum gegebenen Durchmesser das Gewicht eines Kügelchens ermittelt.

Hinweis: Die Volumenformel für die Kugel lautet $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$