

### 3. Grundaufgaben der Differenzialrechnung

#### 3.1. Tangenten

##### 1. Gegebener Kurvenpunkt

Gegeben ist die Funktion

$$y = f(x) = x^4 - 2x.$$

Bestimme die Gleichung der Kurventangente im Kurvenpunkt  $P(1 | \dots)$ .

.....

.....

.....

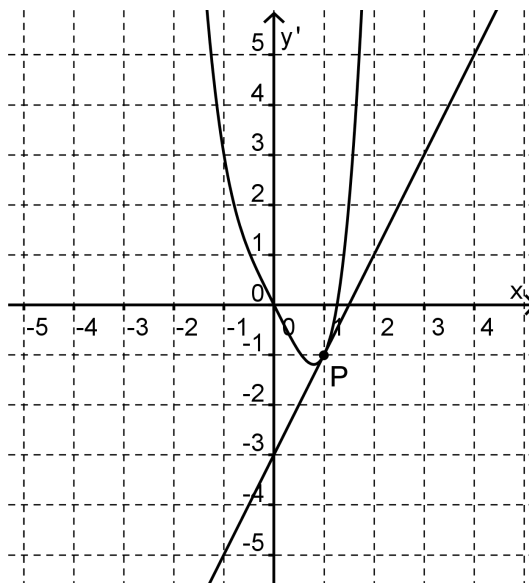
.....

.....

.....

.....

.....



##### 2. Vorgegebene Steigung

Gegeben ist die Funktion

$$y = f(x) = x^2 - 4x.$$

Bestimme die Gleichung derjenigen Kurventangente, welche eine Steigung von  $m = 2$  aufweist.

.....

.....

.....

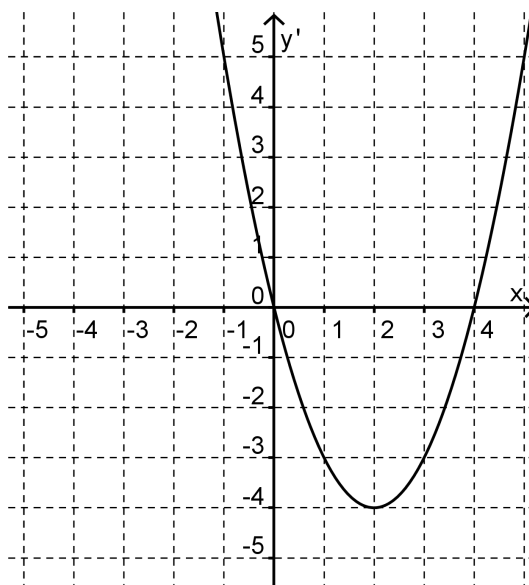
.....

.....

.....

.....

.....



**Übung**

Gegeben ist die Funktion  $y = f(x) = -x^2 + 3x + 2$ .  
 Bestimme die Kurventangente ...

a) ... im Kurvenpunkt  $A(3 | \dots)$ .

b) ... mit Steigung  $m = 5$

3. **Gegebener Punkt**

Gegeben ist die Funktion

$$y = f(x) = x^3 + 4.$$

Bestimme die Gleichung derjenigen Kurventangente, welche durch den Punkt  $A(0|2)$  geht.

.....

.....

.....

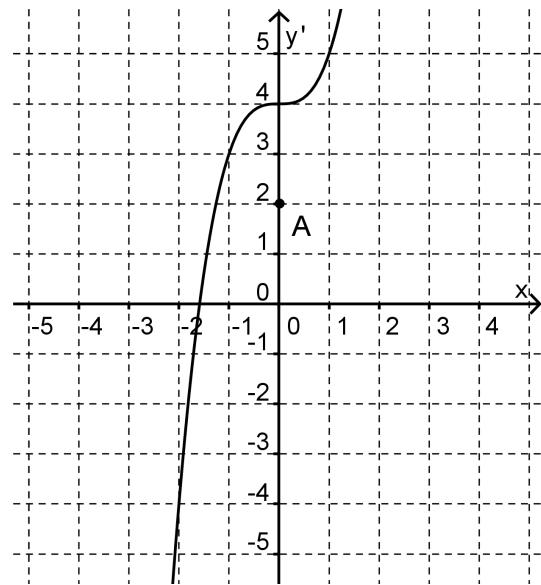
.....

.....

.....

.....

.....



4. **Gegebener Punkt**

Gegeben ist die Funktion

$$y = f(x) = x^2 - 10x + 23.$$

Bestimme die Gleichung derjenigen Kurventangente, welche durch den Punkt  $A(2|3)$  geht.

.....

.....

.....

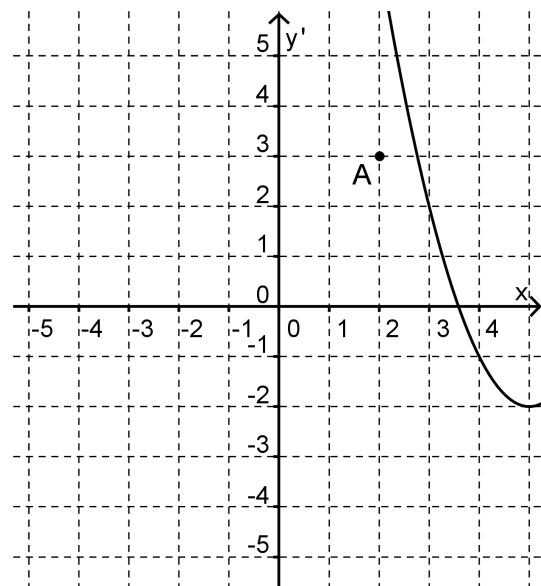
.....

.....

.....

.....

.....



**Übung**  
 Bestimme die Gleichung einer Tangente an die Funktionskurve von  $y = f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$ , welche durch  $P(5|0)$  geht.

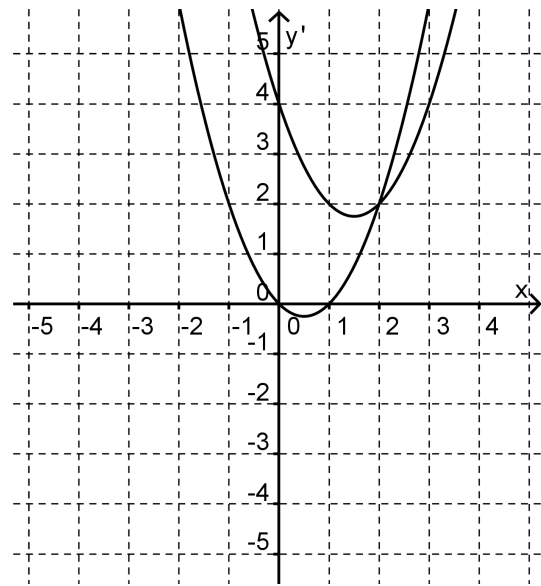
### 3.2. Schnittwinkel

#### 1. Musterbeispiel

Gegeben sind  $y = f(x) = x^2 - 3x + 4$   
 und  $y = g(x) = x^2 - x$ .

Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes und den Schnittwinkel.

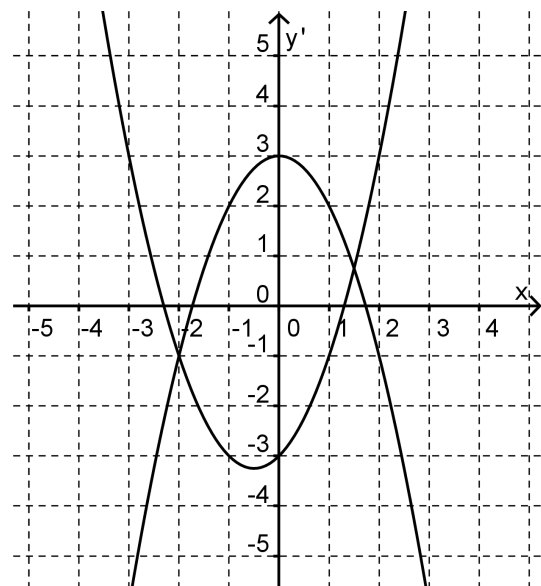
.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....



#### 2. Musterbeispiel

Gegeben sind  $y = f(x) = x^2 - x - 3$   
 und  $y = g(x) = 3 - x^2$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

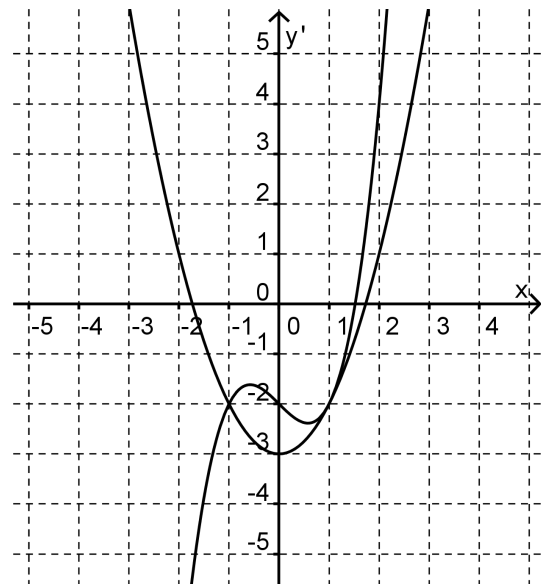


**Übung**  
 Bestimme alle Schnittpunkte und Schnittwinkel der Kurven  
 $y = x^3 - 2x$  und  $y = x^2$ .

3. **Berührung zweier Kurven**

Gegeben sind  $y = f(x) = x^3 - x - 2$   
 und  $y = g(x) = x^2 - 3$ .  
 Zeige, dass sich die beiden Kurven  
 berühren.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....



4. **Bemerkung**

Zwei Kurven berühren sich, wenn .....

.....

.....

.....

**Aus einer Prüfung**

Gegeben sind:  $y = f_1(x) = x^3 - 16x - 15$ ,  $y = f_2(x) = x^2 + 5$ .  
 Die beiden Funktionskurven schneiden sich in einem Punkt  $S$  und  
 berühren sich in einem anderen Punkt  $B$ .  
 Bestimme die Koordinaten von  $S$  und  $B$ , den Zwischenwinkel der  
 beiden Kurven im Punkt  $S$  und die Gleichung der gemeinsamen Tan-  
 gente im Punkt  $B$ .

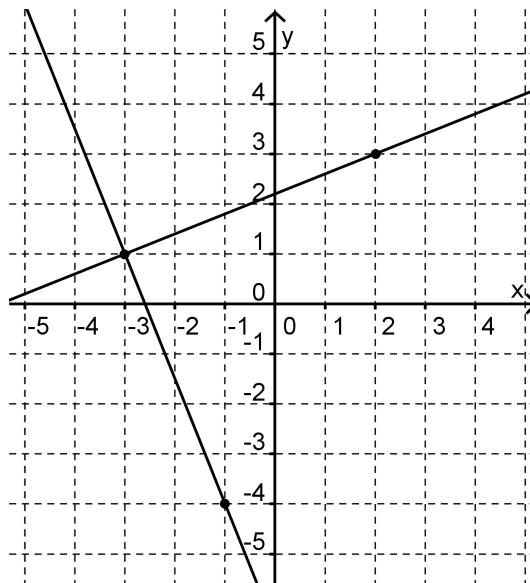
### 3.3. Kurvennormalen

#### 1. Senkrecht stehende Geraden

Die beiden Geraden in der Figur rechts stehen rechtwinklig aufeinander.

Dann gilt: .....

.....  
 .....  
 .....  
 .....



#### 2. Definition

Das Lot auf eine Kurventangente .....

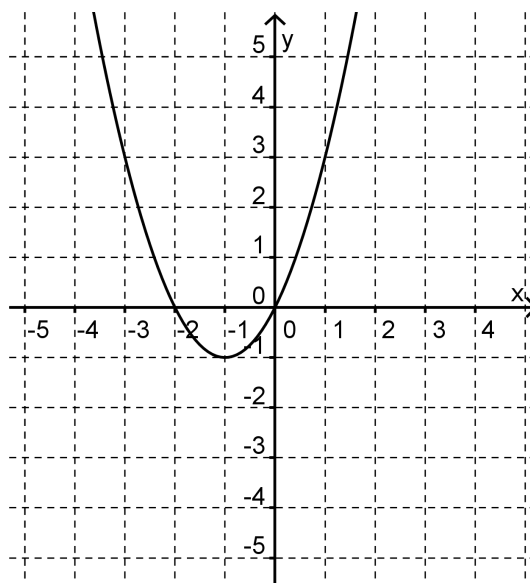
#### 3. Gegebener Kurvenpunkt

Gegeben ist die Funktion

$$y = f(x) = x^2 + 2x.$$

Bestimme die Gleichung der Kurvennormalen im Kurvenpunkt  $P(1 | \dots)$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....



#### 4. Kurvennormale von einem Punkt aus

Welche vom Koordinatenursprung ausgehende Gerade ist Kurvennormale an die Funktion  $y = (x - 3)^2$ ?

**Behauptung**  
 Die Kurven  $y = x^3 - x + 2$  und  $y = -x^2 + x + 2$  schneiden sich im I. Quadranten rechtwinklig. Stimmt das? (Begründe.)