

Bruchtermgleichungen

Für das ganze Kapitel gilt: Löse die Gleichung nach der Unbekannten auf. Brüche sind möglichst zu kürzen, hingegen soll der ganzzahlige Teil nicht weggetrennt werden.

Beispielsweise ist $x = \frac{16}{6}$ zu kürzen: $x = \frac{8}{3}$, aber nicht als $x = 2\frac{2}{3}$ zu schreiben.

1. Ohne Variablen im Nenner

$$\text{a) } \frac{x}{3} = \frac{x+2}{5}$$

$$\text{b) } \frac{1-x}{8} = \frac{x}{4}$$

$$\text{c) } \frac{5x}{12} = \frac{4x+3}{8}$$

$$\text{d) } \frac{3x-1}{12} = \frac{2+x}{18}$$

2. Ohne Variablen im Nenner, mit Summen und Differenzen

$$\text{a) } \frac{2x+3}{2} + \frac{2x-1}{3} = \frac{5x-1}{12}$$

$$\text{b) } \frac{2-x}{3} - \frac{x+3}{4} = \frac{2-3x}{6}$$

$$\text{c) } \frac{14x+1}{4} = \frac{4+3x}{5} + \frac{7+4x}{10}$$

$$\text{d) } \frac{2x-5}{6} = \frac{4x+3}{9} - \frac{2x-3}{2}$$

3. Monome im Nenner

$$\text{a) } \frac{x+3}{2x} + \frac{x-1}{5x} = \frac{3}{4}$$

$$\text{b) } \frac{x+10}{3x} - \frac{x+8}{5x} = 1$$

$$\text{c) } \frac{11}{5} - \frac{x-20}{2x} = \frac{2x-1}{3x}$$

$$\text{d) } \frac{2x-1}{5x} + \frac{3x+1}{4x} = \frac{11}{10}$$

4. Binome im Nenner

$$\text{a) } \frac{3}{x+4} = \frac{6}{x-1}$$

$$\text{b) } \frac{x}{x-3} = \frac{x+1}{x+4}$$

$$\text{c) } \frac{x-5}{x-1} = \frac{x+3}{x+2}$$

$$\text{d) } \frac{x+1}{x+5} = \frac{x-2}{x-1}$$

5. **Binome im Nenner, zwei Brüche auf einer Seite**

a)
$$\frac{5}{x+5} - \frac{1}{x-1} = \frac{6}{x-1}$$

b)
$$\frac{x}{3+x} = \frac{x}{10+x} + \frac{6}{3+x}$$

c)
$$\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+9} = \frac{x}{x+9}$$

d)
$$\frac{5x}{x-1} + \frac{3}{x-2} = \frac{5x}{x-2}$$

6. **Faktorisierbare Binome**

a)
$$\frac{x}{x+6} = \frac{x+1}{4x+24}$$

b)
$$\frac{10}{4x+3} = \frac{x+3}{4x^2+3x}$$

c)
$$\frac{x-7}{6x+6} = \frac{x+7}{8x+8}$$

d)
$$\frac{4+x}{x^2-3x} = \frac{6}{2x-6}$$

7. **Faktorisierbare Binome, mehrere Summanden**

a)
$$\frac{5x}{x+1} + \frac{6}{2x+2} = \frac{7}{4x+4}$$

b)
$$\frac{1}{x^2-3x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2x-6}$$

c)
$$\frac{1}{4x} + \frac{5}{x+4} = \frac{3x+7}{x^2+4x}$$

d)
$$\frac{x-4}{x-2} + \frac{x-8}{2x-4} = \frac{9-x}{3x-6}$$

8. **Binome und Trinome**

a)
$$\frac{3}{x+1} + \frac{5}{x-1} = \frac{1}{x^2-1}$$

b)
$$\frac{5}{x-4} - \frac{1}{x-5} = \frac{9x-1}{x^2-9x+20}$$

c)
$$\frac{x+3}{x-2} - \frac{x+2}{x-3} = \frac{x-5}{x^2-5x+6}$$

d)
$$\frac{7x-51}{x^2-9} - \frac{5}{x-3} = \frac{-4}{x+3}$$

9. Vorzeichen

a)
$$\frac{x+4}{x-3} = \frac{2x}{3-x}$$

b)
$$\frac{2x}{x-5} = \frac{x-24}{5-x}$$

c)
$$\frac{5x}{2x-1} = \frac{x-2}{1-2x}$$

d)
$$\frac{3x+1}{4x-3} = \frac{7+x}{3-4x}$$

10. Sonderfälle

a)
$$\frac{x+3}{x+4} = \frac{x}{x+1}$$

b)
$$\frac{x+3}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{x+7}{6}$$

c)
$$\frac{x+2}{2x+1} = \frac{2x+5}{4x+4}$$

d)
$$\frac{15x+1}{15} - \frac{3x-2}{6} = \frac{4+5x}{10}$$

11. Scheinlösungen

a)
$$\frac{x+1}{x-6} = \frac{7}{x-6}$$

b)
$$\frac{x}{2(x-6)} + \frac{1}{2} = \frac{3}{x-6}$$

c)
$$\frac{1}{x(x-2)} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2(x-2)}$$

d)
$$\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{2x+8}{x^2-4}$$

12. Günstige Situationen

a)
$$\frac{x}{x^2-4} = \frac{3}{x^2-4}$$

b)
$$\frac{x}{x+7} + \frac{7}{x+7} = \frac{7}{x+2}$$

c)
$$\frac{10}{2x+5} = \frac{5}{2x^2+5x}$$

d)
$$\frac{6}{x-6} - \frac{x}{x-6} = \frac{9}{9-x}$$

Lösungen zu Bruchtermgleichungen

Für das ganze Kapitel gilt: Löse die Gleichung nach der Unbekannten auf. Brüche sind möglichst zu kürzen, hingegen soll der ganzzahlige Teil nicht weggetrennt werden.

Beispielsweise ist $x = \frac{16}{6}$ zu kürzen: $x = \frac{8}{3}$, aber nicht als $x = 2\frac{2}{3}$ zu schreiben.

1. Ohne Variablen im Nenner

a) $x = 3$

b) $x = \frac{1}{3}$

c) $x = -\frac{9}{2}$

d) $x = 1$

2. Ohne Variablen im Nenner, mit Summen und Differenzen

a) $x = -1$

b) $x = -5$

c) $x = \frac{1}{2}$

d) $x = 3$

3. Monome im Nenner

a) $x = 26$

b) $x = 2$

c) $x = -10$

d) $x = -1$

4. Binome im Nenner

a) $x = -9$

b) $x = -\frac{1}{2}$

c) $x = -\frac{7}{5}$

d) $x = 3$

5. Binome im Nenner, zwei Brüche auf einer Seite

a) $x = -20$

b) $x = 60$

c) $x = -\frac{3}{4}$

d) $x = -\frac{3}{2}$

6. Faktorierbare Binome

a) $x = \frac{1}{3}$

b) $x = \frac{1}{3}$

c) $x = 49$

d) $x = 2$

7. Faktorierbare Binome, mehrere Summanden

a) $x = -\frac{1}{4}$

b) $x = 4$

c) $x = \frac{8}{3}$

d) $x = 6$

8. Binome und Trinome

a) $x = -\frac{1}{8}$

b) $x = -4$

c) $x = 0$

d) $x = 13$

9. Vorzeichen

a) $x = -\frac{4}{3}$

b) $x = 8$

c) $x = \frac{1}{3}$

d) $x = -2$

10. Sonderfälle

a) $\mathbb{L} = \{\}$

b) $\mathbb{L} = \mathbb{R}$

c) $\mathbb{L} = \{\}$

d) $\mathbb{L} = \mathbb{R}$

11. Scheinlösungen

a) $\mathbb{L} = \{\}$

b) $\mathbb{L} = \{\}$

c) $\mathbb{L} = \{\}$

d) $\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$

12. Günstige Situationen

a) $x = 3$

b) $x = 5$

c) $x = \frac{1}{2}$

d) $x = 18$