

### 3. Rationale Zahlen

#### 3.1. Kürzen, erweitern und gleichnamig machen von Brüchen

1. **Bemerkung**

Addition, Subtraktion und Multiplikation ist innerhalb der ganzen Zahlen abgeschlossen, d.h. wenn man zwei ganze Zahlen addiert, subtrahiert oder multipliziert, dann wird das Ergebnis immer auch eine ganze Zahl sein.

Diese Eigenschaft gilt für eine Division nicht mehr in jedem Fall. Daher definieren wir die rationalen Zahlen.

2. **Definition**

.....  
 .....  
 .....

3. **Beispiele**

Rationale Zahlen sind:

- a) alle natürlichen und ganzen Zahlen.
- b) alle Zahlen, die man als Bruch schreiben kann.

Beispiele rationaler Zahlen: .....  
 .....

Beispiele nichtrationaler Zahlen: .....  
 .....

4. **Kürzen**

Brüche kürzen heisst .....  
 .....  
 .....

5. **Beispiele**

Kürze die Brüche.

$\frac{25}{40} =$	$\frac{42}{90} =$	$\frac{24}{15} =$
$\frac{4}{28} =$	$-\frac{34}{51} =$	$\frac{21}{70} =$
$-\frac{40}{56} =$	$\frac{54}{9} =$	$-\frac{160}{50} =$



## 11. Übung

Ordne die Brüche der Grösse nach. Verwende das Zeichen  $<$

$$\frac{11}{18}, \frac{5}{9}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3}, \frac{19}{36}$$



## 12. Überlegungsaufgabe

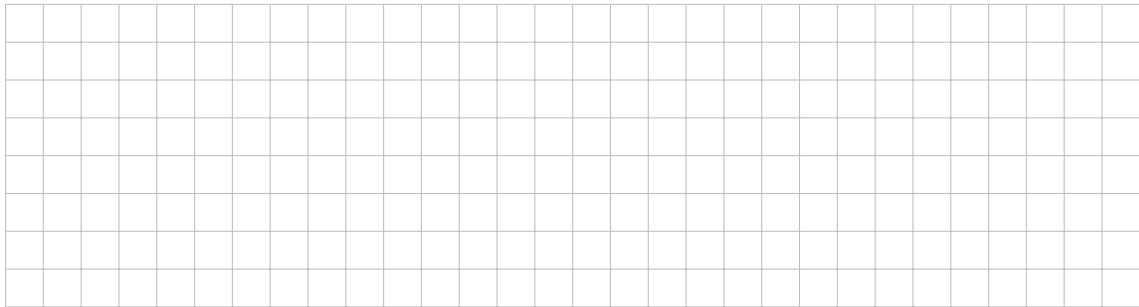
Welcher Bruch ist grösser?

a)  $\frac{7}{9}$  oder  $\frac{7}{11}$  ? .....

b)  $\frac{23}{25}$  oder  $\frac{17}{15}$  ? .....

c)  $\frac{2}{135}$  oder  $-\frac{141}{151}$  ? .....

d)  $-\frac{1}{3}$  oder  $-\frac{1}{4}$  ? .....

**Für Schnellrechner**

Ordne die Brüche, indem du das Zeichen  $>$  verwendest.

$$\frac{35}{24}, \frac{103}{72}, \frac{7}{12}, \frac{53}{36}, \frac{13}{9}$$



### 3.2. Addition und Subtraktion

#### 1. Gleichnamige Brüche

$$\frac{5}{14} + \frac{3}{14} =$$

Wenn die Brüche gleichnamig sind, dann .....

.....  
 .....

#### 2. Nicht gleichnamige Brüche

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{10} =$$

.....  
 .....

#### 3. Satz

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

#### 4. Summen und Differenzen

a)  $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} =$  .....

b)  $\frac{3}{5} + \frac{5}{4} + \frac{1}{2} =$  .....

c)  $\frac{4}{7} - \frac{1}{4} =$  .....

d)  $\frac{2}{3} + \frac{7}{12} - \frac{5}{6} =$  .....

e)  $\frac{7}{9} - \frac{5}{3} =$  .....

f)  $2 - \frac{8}{5} - \frac{7}{10} =$  .....

.....



### 3.3. Multiplikation

1. **Beispiel**

Wie viel ist  $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = ?$



2. **Bemerkung**

Wenn man zwei Drittel *von* vier Fünfteln berechnet, führt man genau genommen eine Multiplikation durch.

3. **Satz**

Brüche werden multipliziert, .....  
 .....  
 .....

4. **Musterbeispiele**

a)  $\frac{25}{12} \cdot \frac{8}{5} =$  .....

b)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{21} \cdot \frac{7}{13} =$  .....

c)  $\left(-\frac{25}{12}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{14}{11}\right) =$  .....

d)  $3 \cdot \frac{7}{5} =$  .....

5. **Übung**

Denk an das KLAPOPUSTRI.

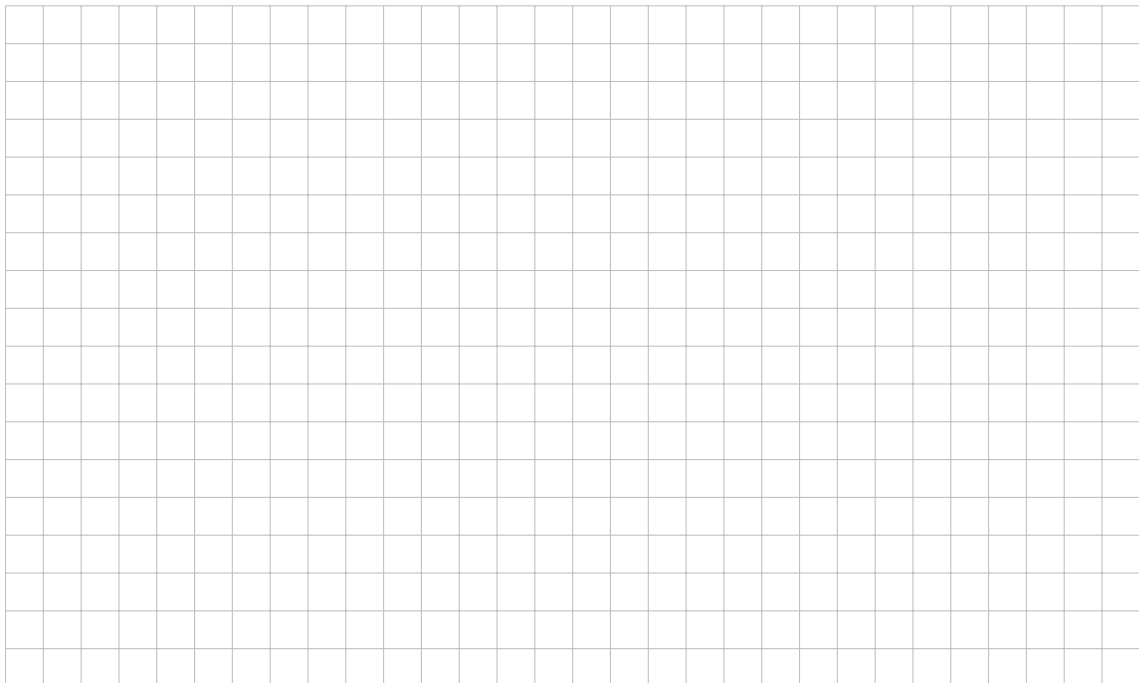
a)  $\frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} - \frac{5}{6} =$

b)  $\frac{5}{8} \cdot \left( \frac{1}{3} - \left( -\frac{5}{6} \right) \right) =$

c)  $\left( \frac{1}{4} + \frac{2}{7} \right) \cdot \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) =$

d)  $\left( \frac{1}{2} - \frac{2}{5} \right) \cdot \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) =$

e)  $\frac{3}{5} - \left( \frac{5}{6} - 2 \right) \cdot \left( \frac{3}{2} - \frac{3}{10} \right) =$

6. **Potenzieren**

$\left( \frac{2}{3} \right)^3 =$

$\left( \frac{7}{4} \right)^2 =$

7. **Satz**

Brüche werden potenziert, .....

.....

.....

.....



## 8. Musterbeispiele

a)  $\frac{5}{6} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \dots\dots\dots$

b)  $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)^2 = \dots\dots\dots$

c)  $\frac{5}{6} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \dots\dots\dots$

## 9. Meisterstück

$$\frac{2}{3} \cdot \left( \left( \frac{1}{4} - \frac{5}{6} \right) \cdot \left( \frac{2}{5} - 2 \right) + \frac{1}{3} \right) \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^2 =$$

**Lernkontrolle**

a)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} - \left( 2 + \left( \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right)^2 \right) =$

b)  $\frac{5}{3} - 3 \cdot \left( \frac{5}{2} - \frac{7}{6} \right)^2 =$

### 3.4. Division

#### 1. Definition

Der Kehrwert (reziproke Wert) eines Bruches .....

.....

.....

#### 2. Beispiele

- a) Der Kehrwert von  $\frac{3}{4}$  ist .....
- b) Der Kehrwert von  $-\frac{5}{8}$  ist .....
- c) Der Kehrwert von 4 ist .....
- d) Der Kehrwert von  $-7$  ist .....
- e) Der Kehrwert von 0 .....

#### 3. Bemerkung

Wenn man einen Wert durch 4 dividiert, dann erhält man das gleiche Ergebnis, wie wenn man diesen Wert mit  $\frac{1}{4}$  multipliziert.

#### 4. Satz

Brüche werden dividiert, .....

.....

.....

.....

#### 5. Beispiele

- a)  $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} =$  .....
- .....
- b)  $\frac{5}{14} : \frac{8}{35} =$  .....
- .....
- c)  $\frac{5}{8} : 15 =$  .....
- .....
- d)  $\frac{4}{9} : \left(-\frac{5}{6}\right) =$  .....
- .....
- e)  $\left(-\frac{11}{6}\right) : \left(-\frac{22}{7}\right) =$  .....
- .....

## 6. Übung

Denk an das KLAPOPUSTRI

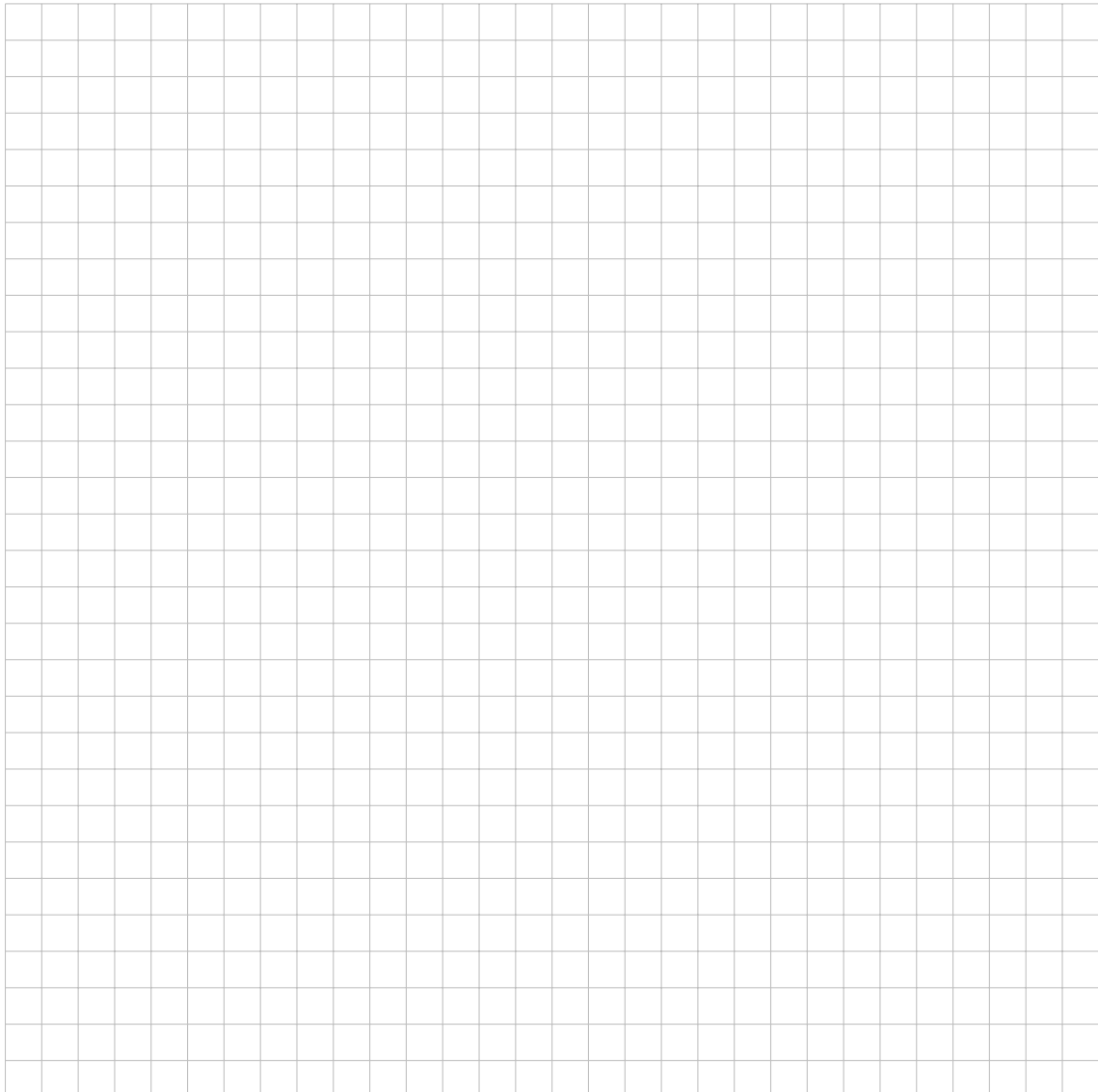
a)  $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{5}{6}\right) =$

b)  $\frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

c)  $\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{12}\right) : \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{3}\right) =$

d)  $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} - \frac{5}{6} : \left(\frac{2}{5} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} : \frac{2}{3}\right)^2 =$

e)  $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right) - \frac{3}{5} : \left(\frac{3}{20} - \frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{3}{2}\right)^2 =$



## 7. Doppelbrüche

Was ist  $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} = ?$

Und was ist mit  $\frac{3}{\frac{4}{5}}$  gemeint?


## 8. Übung

a)  $\frac{\frac{4}{7}}{\frac{5}{3}} =$

b)  $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}} =$

c)  $\frac{\frac{2}{3} - 1}{2 - \frac{4}{5}} =$


**Lernkontrolle**

$$\frac{\frac{1}{4} - \frac{5}{6} : \left(\frac{2}{5} - 1\right) + \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{12}{5} : \frac{2}{5} - 1 : \frac{1}{3}} =$$

$$\frac{\frac{1}{3} + 2 \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{7}{10}\right)}{\frac{1}{2} - \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5}\right)} =$$