

# Rechnen in $\mathbb{N}$ , $\mathbb{Z}$ , $\mathbb{Q}$

## 1. Natürliche Zahlen

### 1.1. Grundrechenoperationen

#### 1) Definition

.....  
 .....

#### 2) Die Menge der natürlichen Zahlen

$\mathbb{N} =$  .....

#### 3) Addition

Wir schreiben:  $a + b = c$  .....

#### 4) Subtraktion

Wir schreiben:  $a - b = c$  .....

#### 5) Multiplikation

Wir schreiben:  $a \cdot b = c$  (oder auch  $ab = c$ ) .....

#### 6) Division

Wir schreiben:  $a/b = c$  (oder besser  $\frac{a}{b} = c$ ) .....

#### 7) .....

Wir schreiben:  $a^b = c$  .....

#### 8) Kommutativgesetz

Addition: .....

Multiplikation: .....

#### 9) Assoziativgesetz

Addition: .....

Multiplikation: .....

#### 10) Distributivgesetz

.....  
 .....

## 1.2. Primzahlen, Teilbarkeit

### 1) Beispiel

Wir zerlegen die Zahl 378 in Faktoren.

.....

.....

.....

.....

.....

### 2) Potenzschreibweise

378 = .....

### 3) Satz

.....

.....

.....

.....

### 4) Technik der Primfaktorzerlegung

Wir zerlegen 252 in Primfaktoren:

Variante 1:

(für kleine Zahlen oder gute Kopfrechner)

252 = .....

Variante 2:

(mit Schema)

|            |  |
|------------|--|
| <u>252</u> |  |
|            |  |
|            |  |
|            |  |

### 5) Übung

Zerlege in Primfaktoren: 36, 48, 61, 64, 108, 1116, 27000.

Notiere die Zerlegung jeweils auch in Potenzschreibweise.

### 6) Definition

.....

### 7) Teilbarkeitsregeln

Eine (natürliche) Zahl ist durch 2 teilbar, wenn .....

.....

durch 3: .....

.....

durch 4: .....

.....

durch 5: .....

durch 6: .....

.....

durch 8: .....

.....

durch 9: .....

.....

durch 10: .....

.....

**8) Weitergehende Teilbarkeitsregeln**

Eine Zahl ist durch 12 teilbar, wenn .....

.....

.....

durch 15: .....

.....

durch 18: .....

.....

.....

durch 20: .....

.....

**9) Teiler und Primfaktorzerlegung**

Gegeben ist eine grosse Zahl in Primfaktorzerlegung:  $x = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$ .

Welche der folgenden Zahlen sind Teiler dieser Zahl x?

$6 = 2 \cdot 3$

$16 = 2^4$

$63 = 3^2 \cdot 7$

$990 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$ .

**10) Der ggT**

Wir berechnen den ggT von 36 und 60.

$36 =$  .....

$60 =$  .....

Also ist der ggT .....

**11) Satz**

Den ggT findet man mit der Primfaktorzerlegung, indem man.....

.....

.....

Oder anders formuliert: .....

.....

**12) Übung**

Bestimme den ggT der Zahlen

a) 50 und 70

d) 16 und 25

b) 48 und 64

e) 42, 60 und 98

c) 105 und 72

f) 3960 und 1680 und 5400

**13) Vielfache und Primfaktorzerlegung**

Gegeben ist eine grosse Zahl in Primfaktorzerlegung:  $x = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$ .

Welche der folgenden Zahlen sind Vielfache dieser Zahl  $x$ ?

$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$

$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 11^4$

$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13$

$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11^2 \cdot 31 \cdot 53$

**14) Das kgV**

Wir berechnen das kgV von 36 und 60.

$36 = \dots\dots\dots$

$60 = \dots\dots\dots$

Also ist das kgV  $\dots\dots\dots$

**15) Satz**

Das kgV findet man mit der Primfaktorzerlegung, indem man  $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**16) Übung**

Bestimme das kgV der Zahlen

a) 50 und 70

d) 16 und 25

b) 48 und 64

e) 42, 60 und 98

c) 105 und 72

f) 3960 und 1680 und 5400

**17) Freiwillige Übung**

Zerlege in Primfaktoren und notiere in Potenzschreibweise.

125, 126, 128, 129, 130, 132

**18) Freiwillige Übung**

Bestimme ggT und kgV der Zahlen.

a) 26 und 28

b) 44, 55 und 77

c) 143 und 144 (Studieren geht über Probieren!)

d) 45, 105 und 135

e) 380, 420, 480 und 500

### 1.3. Rechnen mit natürlichen Zahlen

#### 1) Klassifizierung der Rechenoperationen

Operationen erster Stufe: .....

Operationen zweiter Stufe: .....

Operationen dritter Stufe: .....

#### 2) Operationen gleicher Stufe

$2 + 17 - 4 - 7 =$  .....

$3 \cdot 8 \cdot 5 : 12 \cdot 7 =$  .....

#### 3) Rechenregel

Operationen gleicher Stufe .....

.....

#### 4) Operationen verschiedener Stufe

$3 + 4 \cdot 5 - 6 + 7 \cdot 2 =$  .....

.....

#### 5) Beispiele

a)  $5 + 4 \cdot 3^2 =$  .....

b)  $3 + 24 : 6 - 1 + 3 \cdot 2^3 =$  .....

c)  $15 - 2 \cdot 3 + 4^2 - 3 \cdot 5 =$  .....

#### 6) Übung

a)  $17 + 2 \cdot 5^2 =$  .....

b)  $105 - 3 \cdot 2^3 =$  .....

c)  $13 + 28 : 7 - 12 + 5 \cdot 2^3 =$  .....

d)  $85 - 7 \cdot 3 + 6^2 - 13 \cdot 5 =$  .....

e)  $120 - 63 : 9 - 26 - 3 \cdot 2^4 =$  .....

f)  $96 - 6 \cdot 7 + 4^3 + 3 \cdot 15 =$  .....

#### 7) Klammern

$2 \cdot 3^3 + 13 - (15 - 7) + (16 - 3 \cdot 4) - 25 - 2 \cdot (3 + 7) =$  .....

#### 8) Klammerregel I

.....

.....

#### 9) Übung

a)  $14 + 28 : 7 - 3 + 2 \cdot 3^2 =$  .....

b)  $(14 + 28) : 7 - 3 + (2 \cdot 3)^2 =$  .....

c)  $14 + 28 : (7 - 3) + 2 \cdot 3^2 =$  .....

**10) Verschachtelte Klammern**

$$2 \cdot (3^3 + 13) - [(15 - 7) + (16 - 3 \cdot 4)] - [25 - 2 \cdot (3 + 7)] = \dots\dots\dots$$

.....

**11) Klammerregel II**

.....

.....

.....

**12) Übung (Thema mit Variationen)**

a)  $15 + 25 : 5 + 3^2 + 2 \cdot 3 = \dots\dots\dots$

b)  $(15 + 25) : (5 - 3)^2 + 2 \cdot 3 = \dots\dots\dots$

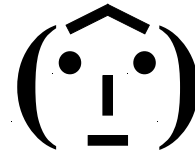
c)  $\{[(15 + 25) : (5 + 3)]^2 + 2\} \cdot 3 = \dots\dots\dots$

d)  $[(15 + 25) : 5 + (3^2 + 2)] \cdot 3 = \dots\dots\dots$

**13) Das KLAPOPUSTRI**

.....

.....

**14) Freiwillige Übung**

a)  $7 + 6 \cdot 5 - 4 \cdot 3^2 = \dots\dots\dots$

b)  $7 + 6 \cdot 5 + (4 \cdot 3)^2 = \dots\dots\dots$

c)  $7 + 6 \cdot (5 + 4) \cdot 3^2 = \dots\dots\dots$

d)  $(7 + 6) \cdot 5 + 4 \cdot 3^2 = \dots\dots\dots$

e)  $(7 + 6 \cdot 5 - 4 \cdot 3)^2 = \dots\dots\dots$