

Analysis III: Integralrechnung

Repetitionsaufgaben

1) Flächenberechnung

In welchem Verhältnis teilt die Kurve zu $y = f_1(x) = 6 - 2x$ die im 1. Quadranten unterhalb von $y = f_2(x) = -x^2 + 5x - 4$ liegende Fläche?

2) Rotationskörper

Die im 1. Quadranten unterhalb von $y = f(x) = e^{-x}$ liegende Fläche wird rechts begrenzt durch die Gerade $x = t$. Die so definierte Fläche rotiert um die x-Achse.

- Setze $t = \ln(2)$ und bestimme das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.
- Berechne t so, dass das Volumen des entstehenden Rotationskörpers $\frac{12}{25}\pi$ beträgt.
- Wie gross kann das Volumen des entstehenden Rotationskörpers maximal werden?

3) Beweisaufgabe

Man beweise, dass für jede positive Zahl t gilt:

Die Kurve mit der Gleichung $y = f(x) = 2x - tx^3$ halbiert das Quadrat über der Strecke vom Ursprung bis zur Nullstelle rechts davon.

4) Extremalwertaufgabe

Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = \frac{x-1}{x^2}$.

Bestimme im I. Quadranten rechts von der Nullstelle von $f(x)$ zwei Vertikalen im Abstand 1 so, dass die von diesen Vertikalen, der Kurve und der x-Achse begrenzte Fläche möglichst grossen Inhalt hat.

Wo ist die linke der beiden Vertikalen zu wählen und wie gross wird die maximal mögliche Fläche?