

# Analysis I: Zahlenfolgen

## Lösungen

### 1) Spirale

<p><math>q = 0.8</math>;                  a) 21 Radien                  b) 157.08 cm                  c) Abbrechende GR = 100 cm                  Also auf dem 5. Halbkreis                  d) Betrachte die Durchmesser der einzelnen Kreise.                  Dann hat man eine GR mit <math>a_1 = 20</math> und <math>q = -0.8</math>                  (weil <math>a_2 = -16</math>). Also 11.11 cm.</p>		
--	--	--

### 2) Arithmetische Folgen

<p>a) <math>a_{16} &lt; 20</math>, aber <math>a_{17} \geq 20</math>.                  Somit <math>\frac{9}{8} \leq d &lt; \frac{6}{5}</math>                  bzw. <math>1.125 \leq d &lt; 1.2</math></p>		
<p>b) Alles in die Formeln einsetzen und auflösen lassen.  <math>a_n = -6</math> (wenn <math>n = 15</math>) oder  <math>a_n = 10</math> (wenn <math>n = 11</math>)</p>		

### 3) Diskutieren einer Folge

<p>a) explizit (relativ offensichtlich): <math>a_n = \frac{n+1}{n}</math>                  rekursiv: Es ist <math>a_{n+1} = \frac{n+2}{n+1}</math> und <math>a_n = \frac{n+1}{n}</math>.                  Somit <math>a_{n+1} - a_n = \frac{-1}{n \cdot (n+1)}</math>.                  Also <math>a_1 = 2</math>; <math>a_{n+1} = a_n - \frac{1}{n \cdot (n+1)}</math></p>	<p>b) streng monoton fallend  <math>\max = \sup = 2</math>,  <math>\inf = 1</math>, <math>\min</math> existiert nicht.  <math>\lim = 1</math>                  nicht summierbar, da keine Nullfolge.</p>
---	--

### 4) Explizite und rekursive Definition

<p>a) Die Folge beginnt mit                  1 2 4 7 11 16 ...                  b) Löse das Gleichungssystem  <math>p + q + r = 1</math> (wegen <math>a_1</math>)  <math>4p + 2q + r = 2</math> (wegen <math>a_2</math>)  <math>9p + 3q + r = 4</math> (wegen <math>a_3</math>)                  Also <math>p = \frac{1}{2}</math>, <math>q = -\frac{1}{2}</math>, <math>r = 1</math>.</p>		
--	--	--