

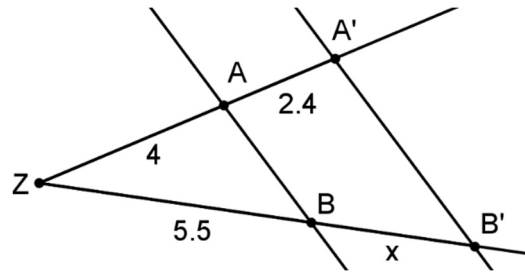
2. Strahlensätze

2.1. Die Strahlensatzfiguren

1) **Beispiel**

Die nebenstehende Figur zeigt eine zentrische Streckung mit Zentrum Z . Man kennt einige Streckenlängen.

- a) Wie gross ist der Streckungsfaktor k ?
- b) Berechne die fehlende Strecke x .



2) **Der erste Strahlensatz**

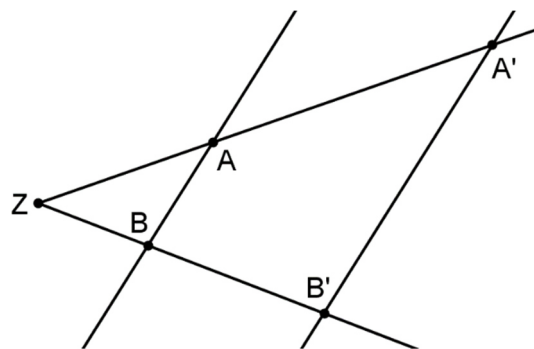
Wir betrachten die gleiche Situation allgemein. Es ergeben sich folgende Verhältnisse:

.....

.....

.....

.....



3) **Satz**

.....

.....

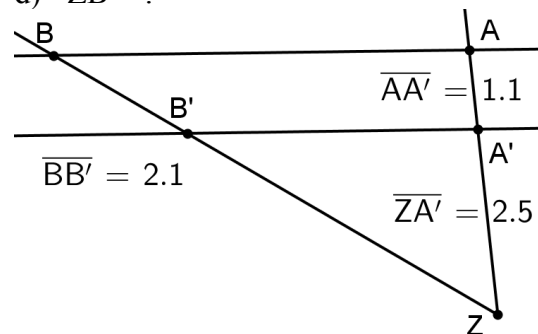
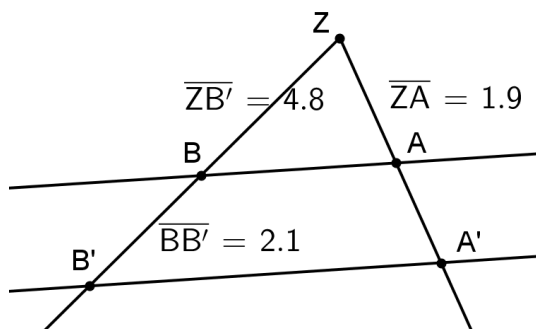
.....

.....

4) **Übungen**

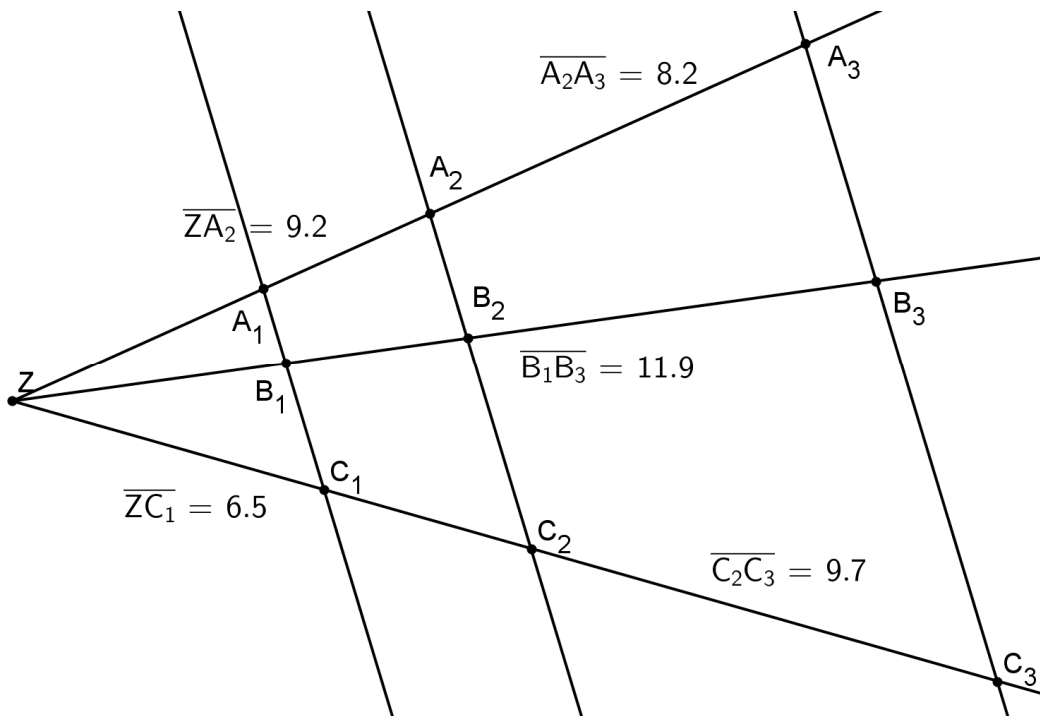
Berechne die fehlenden Strecken.

- a) Betrachte die Grundsituation aus Punkt 2). Man kennt $ZA = 3 \text{ cm}$, $ZA' = 7.5 \text{ cm}$, $ZB' = 4 \text{ cm}$. Wie gross ist ZB ?
- b) Ebenso: Man kennt $ZB = 8.4 \text{ cm}$, $BB' = 3.6 \text{ cm}$, $ZA' = 5 \text{ cm}$. Wie gross ist ZA ?
- c) $AA' = ?$
- d) $ZB = ?$



5) Übung

Berechne in der Figur alle Teilstrecken auf den Geraden durch Z.



6) Die zweite Strahlensatzfigur

Gegeben ist die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Streckungsfaktor k. Wir betrachten wieder Streckenverhältnisse.

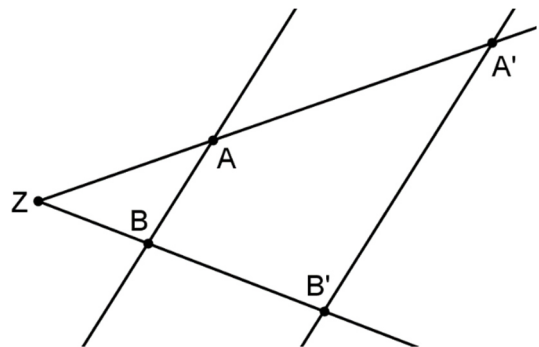
.....

.....

.....

.....

.....



7) Satz

.....

.....

.....

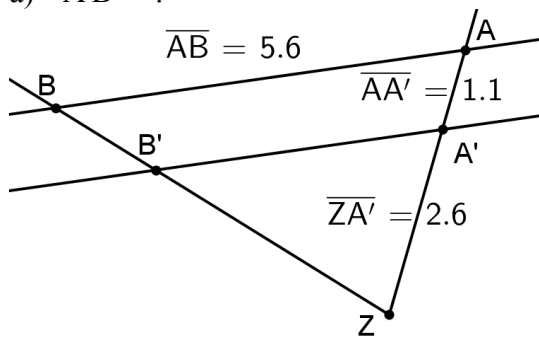
.....

8) Übungen

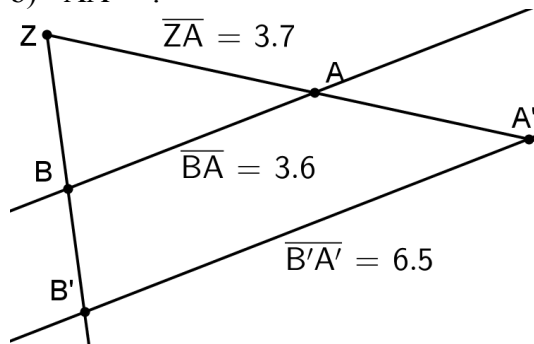
- a) Siehe die Grundsituation: $ZA = 5 \text{ cm}$, $ZA' = 7 \text{ cm}$, $AB = 3 \text{ cm}$, $A'B' = ?$
- b) Ebenso: $ZB = 6 \text{ cm}$, $BB' = 14 \text{ cm}$, $A'B' = 15 \text{ cm}$, $AB = ?$
- c) Ebenso: $AB = 8 \text{ cm}$, $A'B' = 13 \text{ cm}$, $ZA = 5 \text{ cm}$, $AA' = ?$

9) **Übungen**

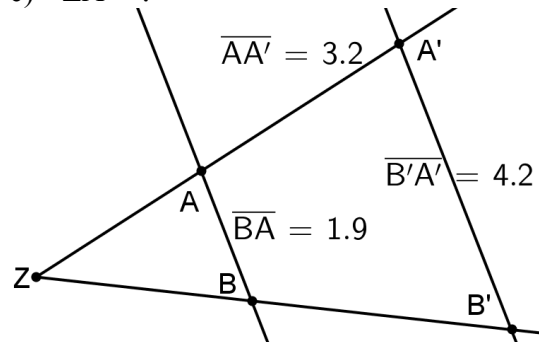
a) $A'B' = ?$



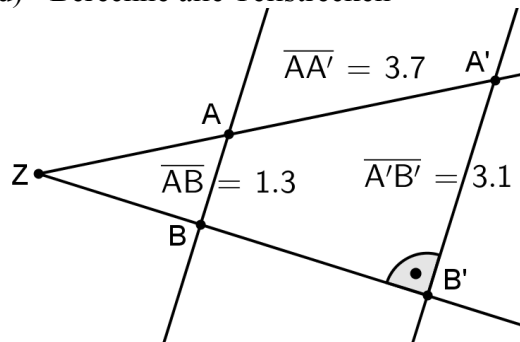
b) $AA' = ?$



c) $ZA = ?$



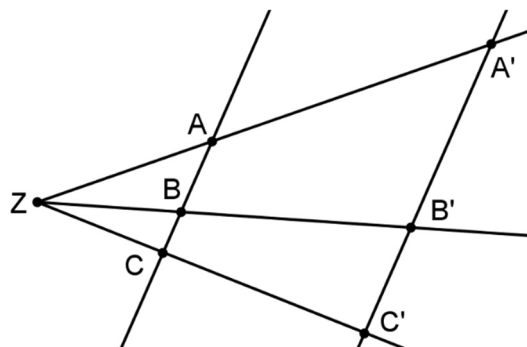
d) Berechne alle Teilstrecken



10) **Verhältnisse auf den Parallelen**

Betrachte die Situation, wenn zwei Parallelen von drei Zentralen geschnitten werden.

.....



In gewissen Büchern wird das als Anwendung der beiden Strahlensätze gedeutet, in anderen Bücher gilt das als dritter Strahlensatz.

11) **Dritter Strahlensatz**

.....

12) **Übungen**

Betrachte die Figur unter Punkt 10:

a) $AB = 6 \text{ cm}$, $BC = 8 \text{ cm}$, $A'B' = 15 \text{ cm}$. $A'C' = ?$

b) $AB = 4 \text{ cm}$, $AC = 11 \text{ cm}$, $B'C' = 10.5 \text{ cm}$. $A'C' = ?$

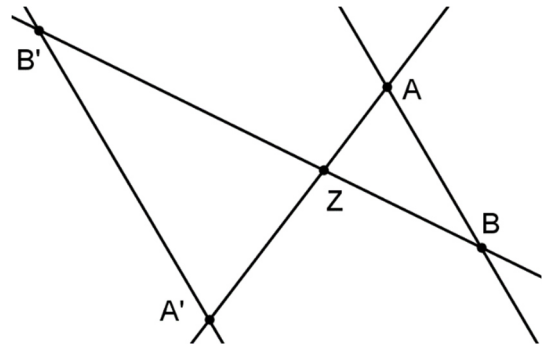
13) Zusammenfassung der drei Strahlensätze

Die folgende Formulierung fasst die drei Strahlensätze zusammen:

.....

14) Strahlensatzfigur bei negativem Streckungsfaktor

.....



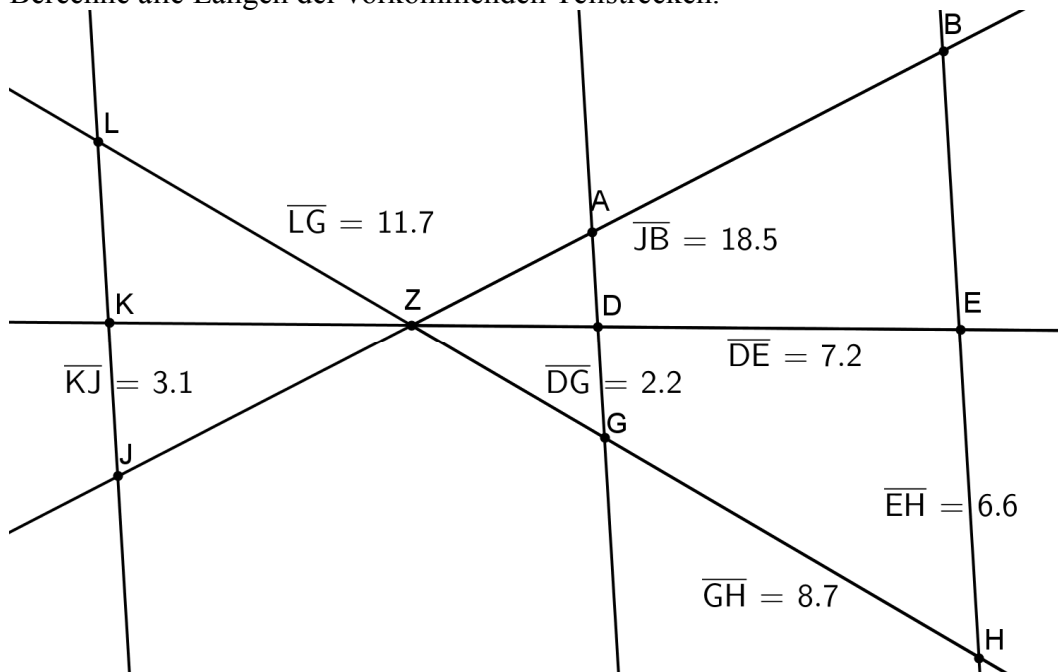
15) Übungen

Betrachte die Figur von Punkt 14)

- a) $ZA = 3 \text{ cm}$, $AB = 7 \text{ cm}$, $AA' = 8 \text{ cm}$. $A'B' = ?$
- b) $AB = 6.4 \text{ cm}$, $A'B' = 9.8 \text{ cm}$, $BB' = 24.3 \text{ cm}$. $ZB = ?$

16) Übung

Berechne alle Längen der vorkommenden Teilstrecken.



17) Freiwillige Übung

Betrachte die Figur von Punkt 14)

Man kennt $AA' = 12 \text{ cm}$, $BB' = 17 \text{ cm}$, $AB = 12 \text{ cm}$, $A'B' = 7.2 \text{ cm}$.

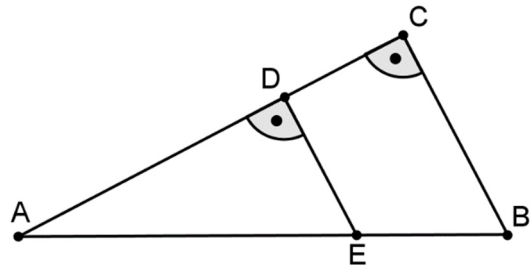
Wie lang sind die von Z ausgehenden vier Teilstrecken?

2.2. Anwendungen

1) Rechte Winkel

Die Figur rechts gehört zu beiden Teilaufgaben, aber die Teilaufgaben sind unabhängig.

- $DE = 2.7$ cm, $AE = 4.5$ cm, $BC = 3.6$ cm.
Berechne $DC = ?$
- $AC = 12$ cm, $DC = 4.8$ cm, $DE = 3$ cm.
Welche Fläche hat das Trapez $BCDE$?



2) Schatten

Ein Baum wirft einen Schatten von 4.8 m Länge. Der Schatten einer Person von 180 cm Grösse ist zum gleichen Zeitpunkt 1.5 m lang. Wie hoch ist der Baum?

3) Trapez

Die beiden parallelen Seiten eines Trapezes messen $AB = 9$ cm, $CD = 6$ cm. Die Diagonalen dieses Trapezes messen $AC = 12$ cm und $BD = 20$ cm. Der Diagonalschnittpunkt sei S . Wie lang sind die Strecken SA und SB ?

4) Beamer

Ein Beamer erzeugt auf einer Leinwand ein Bild von 2.4 Metern Breite und 1.8 Metern Höhe. Wenn man die Leinwand einen Meter näher zum Beamer verschiebt, dann wird das Bild noch genau 2 Meter breit.

Wie weit ist der Beamer von der Leinwand entfernt?

5) Von der Erde zum Mond

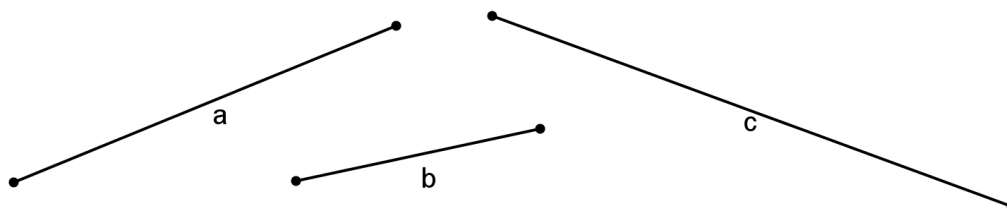
Ein Schüler will die Distanz von der Erde zum Mond berechnen. Dazu betrachtet den Vollmond und hält ein Kügelchen von 5 mm Durchmesser zwischen Daumen und Zeigefinger in 55 cm Entfernung vom Auge. So deckt das Kügelchen den Vollmond genau ab. Wie gross ist die Distanz von der Erde zum Mond, wenn der Schüler weiss, dass der Mond einen Radius von 1737 km hat?

6) Konstruktion der vierten Proportionalen

Gegeben sind drei Strecken (Längen) a , b und c . Konstruiere die vierte Strecke d , so dass das Verhältnis $a : b = c : d$ erfüllt wird.

Man kann für die Konstruktion jeden der Strahlensätze verwenden, teilweise sogar auf mehrere verschiedene Arten.

Hier sind Vorgaben für die Strecken a , b und c .



PS: Wenn die vierte Proportionale zu konstruieren ist, dann ist Abmessen nicht gestattet.

7) Streckenteilung

Mit Hilfe der Strahlensätze kann man eine Strecke in vorgegebenem Verhältnis innen und aussen teilen.

- Zeichne eine Strecke von etwa 7 cm Länge und unterteile sie innen und aussen im Verhältnis $2 : 5$.
- Teile eine vorgegebene Strecke im Verhältnis $1 : \sqrt{5}$ (innen und aussen).

8) Fläche unterteilen

Die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks betragen $a = 3$ cm, $b = 8$ cm. Das Dreieck soll mit einer Parallelen zu a in zwei Teile von gleichem Flächeninhalt zerteilt werden.

- a) Wenn man sich dazu eine zentrische Streckung mit Zentrum A vorstellt: Wie gross ist der Streckungsfaktor.
 - b) Zeichne das Dreieck und konstruiere die verlangte Parallele.
-

9) Freiwillige Übung

Die parallelen Seiten eines gleichschenkligen Trapezes sind $AB = 8$ cm und $CD = 6$ cm lang. Das Trapez hat Höhe 4 cm.

Nun soll dieses Trapez durch eine zu AB und CD liegende Parallele EF in zwei flächengleiche Trapeze zerschnitten werden.

- a) Wie lang ist EF ?
- b) Wie gross ist der Abstand von EF zu AB ?
- c) Konstruiere das Trapez und die Parallele EF .